

XI convegno nazionale A.I.V.E.L.A.  
Ancona, 2-3 dicembre 2003

## RILIEVI DI VELOCITÀ IN UNA CORRENTE TURBOLENTE MEDIANTE TECNICA UDV

*A. Berni, B. Brunone e M. Ferrante*

Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università degli Studi di Perugia  
Via G. Duranti 93 – 06125 Perugia, Italia;  
e-mail: [phdidra@unipg.it](mailto:phdidra@unipg.it), [brunone@unipg.it](mailto:brunone@unipg.it), [ferrante@unipg.it](mailto:ferrante@unipg.it).

### SOMMARIO

*L'andamento dei profili di velocità in correnti turbolente riveste notevole importanza per la comprensione dei meccanismi di dissipazione di energia nelle correnti in pressione. Molti aspetti relativi ai profili di velocità, soprattutto in condizioni di moto vario, sono ancora oggi fonte di interpretazioni discordanti, rendendo necessarie ulteriori indagini sia a livello teorico che sperimentale.*

*Tra le varie metodologie di misura è stata scelta la tecnica "Ultrasonic pulsed Doppler Velocimetry" (UDV) che permette di ottenere, in modo non invasivo, una descrizione pressoché istantanea dell'intero profilo di velocità lungo una direzione.*

*In passato, presso il Laboratorio di Ingegneria delle Acque dell'Università di Perugia, con riferimento a condizioni di moto vario, sono stati ottenuti interessanti risultati da un punto di vista essenzialmente qualitativo. La necessità di ottenere misure affidabili da un punto di vista quantitativo ha richiesto un'analisi più approfondita delle tecniche di misura ed alcuni perfezionamenti dell'installazione sperimentale. L'attenzione è stata quindi rivolta, inizialmente, all'esame di condizioni di moto stazionarie al fine di mettere a punto le modalità di esecuzione delle prove.*

*Nel presente lavoro, dopo aver descritto l'apparato sperimentale e la tecnica UDV, vengono illustrate le procedure di correzione dei dati e le misure effettuate relative a profili di velocità in condizioni di moto permanente per numeri di Reynolds compresi tra  $7 \cdot 10^3$  e  $5.9 \cdot 10^4$ . Confronti sono stati quindi eseguiti con i risultati disponibili in letteratura e ottenuti con differenti tecniche di misura.*

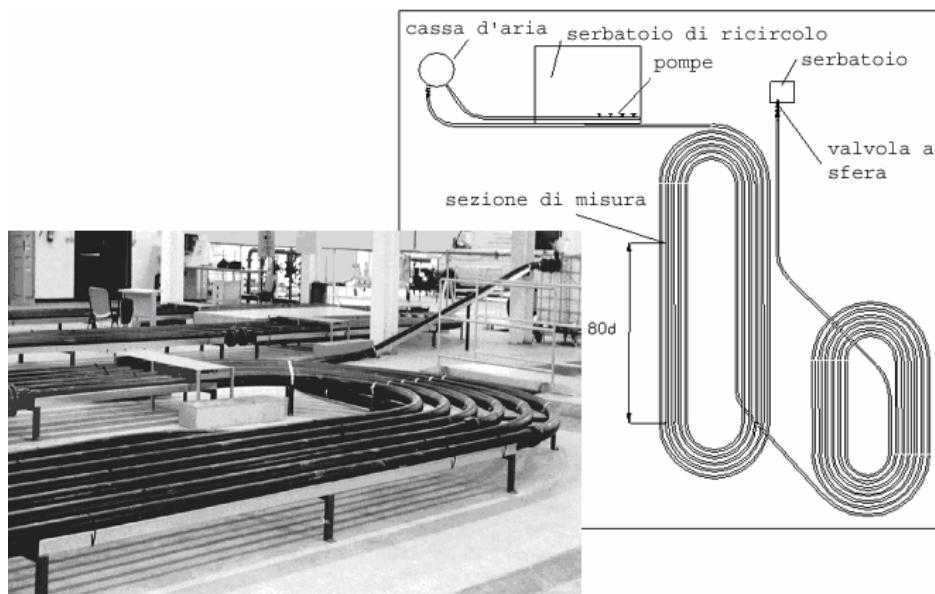
### 1 APPARATO SPERIMENTALE

Le prove sono state condotte presso il Laboratorio di Ingegneria delle Acque dell'Università degli Studi di Perugia. L'apparato sperimentale è costituito da (Figura 1):

- cassa d'aria di alimentazione, in cui la pressione può essere mantenuta costante variando la velocità di rotazione di tre pompe, dotate di inverter, installate nel serbatoio di ricircolo;
- condotta in polietilene ad alta densità (PEAD) di lunghezza pari a 352 m e diametro interno  $d = 93.3$  mm; in Figura 1 ne è riportato lo schema planimetri-

co, caratterizzato da curve con raggio di curvatura minimo pari a 1.5 m; l'intero sviluppo della condotta giace in un piano orizzontale, ad eccezione dell'ultimo breve tratto rettilineo;

- velocimetro Doppler ad impulsi di ultrasuoni, posizionato 80 diametri a valle della più vicina curva, in modo da garantire un profilo completamente sviluppato (Figura 1); indagini sia sperimentali (Abell, 1974) sia teoriche (Zagarola, 1998) hanno infatti dimostrato che una lunghezza pari a  $70 d$  è sufficiente per il completo sviluppo di una corrente con numero di Reynolds dell'ordine di  $10^5$ , valore non superato durante le prove;
- trasduttore di pressione differenziale Validyne DP15 collegato a due prese di pressione statica localizzate a monte e a valle della sezione di misura della velocità e poste ad una distanza  $\Delta l = 3.50$  m;
- valvola a sfera nella sezione terminale e serbatoio di valle a superficie libera.

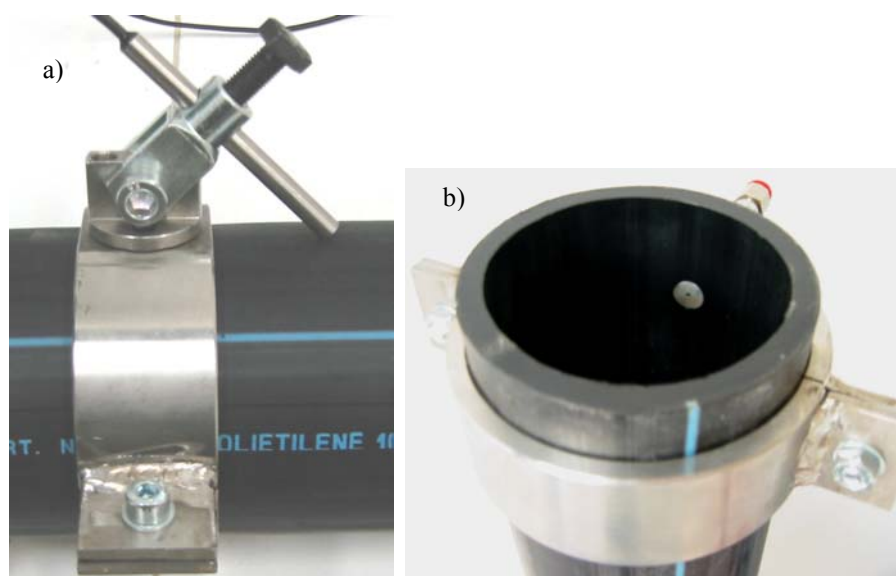


**Figura 1.** Apparato sperimentale presso il Laboratorio di Ingegneria delle Acque dell'Università degli Studi di Perugia.

La sonda del velocimetro può essere collocata a diretto contatto con il liquido defluente in condotta oppure posizionata esternamente, mediante la realizzazione di un opportuno accoppiamento acustico. Questa seconda configurazione, possibile grazie alle ottime caratteristiche acustiche del PEAD (Nowak, 2002), è stata scelta per evitare di disturbare il campo di moto. Il fascio ultrasonico si trova così ad attraversare due interfacce, fluido d'accoppiamento – parete e parete – corrente, rispettivamente. Le problematiche relative alla valutazione dell'energia riflessa e rifratta in corrispondenza di un'interfaccia tra materiali diversi sono state affrontate da Willemetz (2000) e Nowak (2002). Mediante la teoria di propagazione delle onde acustiche è inoltre possibile com-

prendere come si modifica un fascio ultrasonico nell'attraversamento di diversi materiali e quale sia il miglior angolo di incidenza (Kino, 1987; Nowak, 2002).

Con l'obiettivo di migliorare sia le misure di velocità che quelle di pressione, sono stati ideati e realizzati due dispositivi: il primo (Figura 2a) consente di posizionare in modo semplice e preciso la sonda ad ultrasuoni; il secondo realizza prese di pressione statica di precisione (Figura 2b).



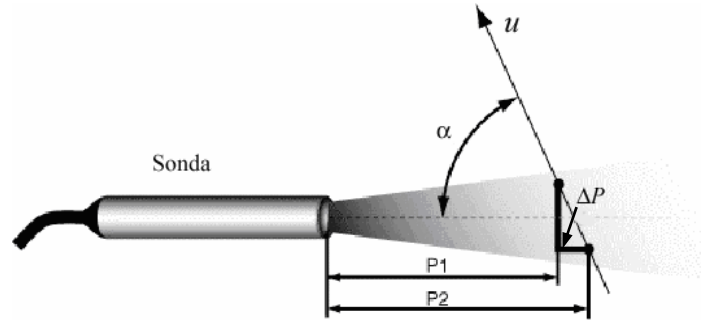
**Figura 2.** Dispositivi per: a) posizionamento della sonda; b) realizzazione delle prese di pressione.

Il velocimetro utilizzato è il *DOP1000* della Signal Processing S.A. (*DOP1000 User's Manual*, 1997), operante ad una frequenza di 4 MHz con una durata degli impulsi pari a 2  $\mu$ s. Il singolo volume di campionamento presenta in acqua una risoluzione longitudinale di 1.48 mm e una risoluzione laterale che varia con la profondità. Il fascio ultrasonico, dopo una prima parte cilindrica ("near field" o zona di Fresnel) di lunghezza poco inferiore ai 2 cm e base circolare di diametro pari a 5 mm (dimensione dell'elemento piezoelettrico della sonda), assume la tipica forma conica divergente, con semiangolo di apertura pari a 2.32°. A causa della tecnica di processamento del segnale, la risoluzione temporale del sistema UDV utilizzato è limitata a circa 100 Hz.

## 2 LA TECNICA UDV

Nella tecnica "Ultrasonic pulsed Doppler Velocimetry" (UDV), la stima della velocità non proviene direttamente dalla frequenza Doppler del segnale ricevuto, come invece accade per l'anemometria Laser. La velocità è ricavata, infatti, dalla misura dello spostamento di un bersaglio in movimento, e l'effetto Doppler gioca un ruolo minore (Willemetz, 2000). Nella tecnica UDV una sonda, che funge alternativamente da emettitore e ricevitore, invia periodicamente una breve raffica acustica e raccoglie gli echi

provenienti da bersagli contenuti all'interno del fascio ultrasonico. Campionando gli echi in arrivo e confrontandoli con gli impulsi emessi, il velocimetro determina il cambiamento di posizione delle particelle in movimento. Dalla conoscenza della velocità di propagazione dell'ultrasuono nel mezzo in esame,  $c$ , e dell'intervallo di tempo tra segnale emesso e ricevuto dalla sonda, è possibile determinare la distanza del bersaglio (Figura 3).



**Figura 3.** Tecnica UDV: principio di funzionamento (modificata da Willemetz, 2000).

Se la particella si muove lungo una direzione che forma un angolo  $\alpha$  con l'asse del fascio ultrasonico (angolo Doppler), la sua velocità  $u$  è misurata calcolando lo spostamento  $\Delta P$  tra due emissioni consecutive separate dall'intervallo di tempo  $T_{prf}$ :

$$P_2 - P_1 = u T_{prf} \cos \alpha = \frac{c}{2} (T_2 - T_1) \quad (1)$$

dove  $P_i$  è la distanza della particella dalla sonda e  $T_i$  il tempo di viaggio dell'ultrasuono lungo il percorso sonda-particella-sonda. Poiché la differenza  $(T_2 - T_1)$  è sempre molto piccola, tipicamente inferiore al microsecondo, è utile considerare al suo posto la misura del cambiamento di fase dell'eco ricevuta. Con questa informazione è possibile ricavare la velocità del bersaglio:

$$u = \frac{c f_D}{2 f_e \cos \alpha} \quad (2)$$

dove  $f_e$  e  $f_D$  sono rispettivamente la frequenza di emissione e quella Doppler.

Nella configurazione scelta, in cui la sonda è posizionata esternamente alla condotta, la scelta dell'angolo Doppler deve soddisfare due esigenze contrastanti: da un lato, dal momento che la componente di velocità rilevata dal velocimetro è quella lungo il fascio ultrasonico,  $\alpha$  dovrebbe assumere un valore piccolo; d'altra parte, affinché un'alta percentuale di intensità ultrasonica rispetto a quella emessa possa tornare alla sonda e fornire un segnale di buona qualità,  $\alpha$  dovrebbe avvicinarsi il più possibile a 90 gradi (Nowak, 2002). Un giusto compromesso è stato raggiunto per  $\alpha$  compreso fra 65 e 70

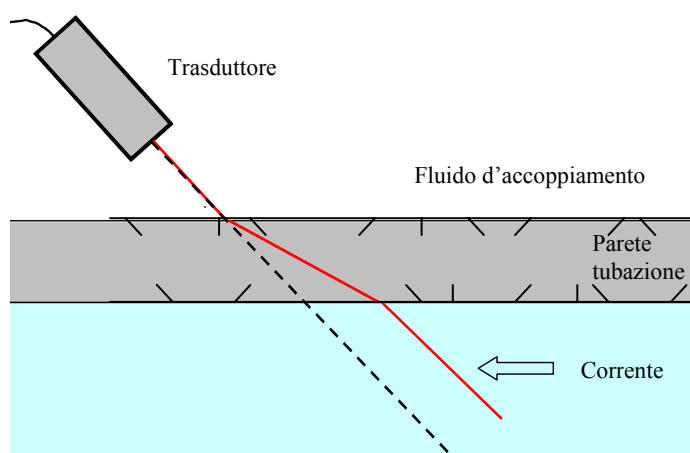
gradi.

### 3 LA CORREZIONE DEI DATI

Gli scriventi hanno già eseguito delle indagini preliminari in moto permanente (Berni *et al.*, 2003), commentando gli aspetti caratteristici di un tipico profilo medio della componente longitudinale della velocità. Non apportando alcuna correzione dei dati, le misure sono state confrontate con le note esperienze di Nikuradse (1932).

I dati forniti dalla tecnica UDV devono tuttavia essere corretti per le seguenti ragioni: attraversamento da parte del fascio ultrasonico di mezzi aventi caratteristiche acustiche differenti, forma del campo ultrasonico e variazione spaziale di intensità, dimensione finita del volume di campionamento (importante nelle zone prossime alle pareti). E' stata perciò implementata la tecnica di correzione proposta da Wunderlich e Brunn (2000), di carattere prevalentemente geometrico e costituita da due fasi distinte.

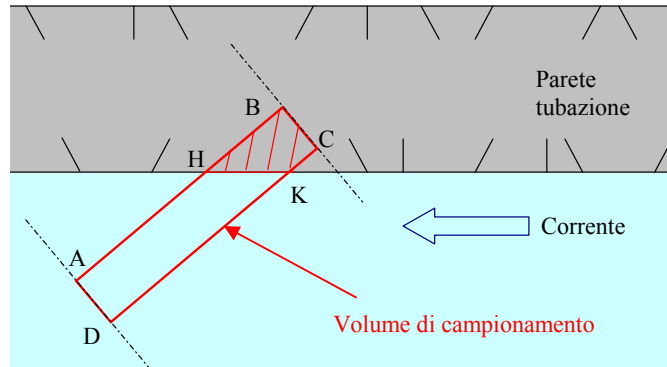
La prima fase riguarda il riposizionamento degli echi per tenere conto dell'attraversamento delle due interfacce fluido d'accoppiamento – parete e parete - corrente (Figura 4). Questa correzione si basa sulle ipotesi semplificative di interfaccia piana e fascio ultrasonico lineare, e modifica tutti i punti del profilo.



**Figura 4.** Riposizionamento degli echi per tenere conto dell'attraversamento di due interfacce: il percorso reale (linea a tratto continuo) è confrontato con quello assunto dal velocimetro (linea tratteggiata).

La seconda fase riguarda la correzione dei dati prossimi alla parete (Figura 5). Le misure locali di velocità sono posizionate in corrispondenza del centroide del volume di campionamento (cilindro di traccia ABCD di Figura 5). Nel caso tale volume si trovi in parte all'interno dello spessore della condotta ed in parte nella corrente, la misura deve essere attribuita al centroide dell'effettivo volume di campionamento, cioè della porzione di volume interna alla corrente (figura di traccia AHKD di Figura 5). Questa seconda correzione, oltre all'ipotesi di interfaccia piana, considera il volume di misura cilindrico (ipotesi plausibile nelle vicinanze della sonda) con asse inclinato di un angolo pari a

quello Doppler; essa modifica solo i punti del profilo più vicini alla parete.



**Figura 5.** Riposizionamento delle misure prossime alla parete: la misura locale di velocità deve essere attribuita al centroide dell'effettivo volume di campionamento.

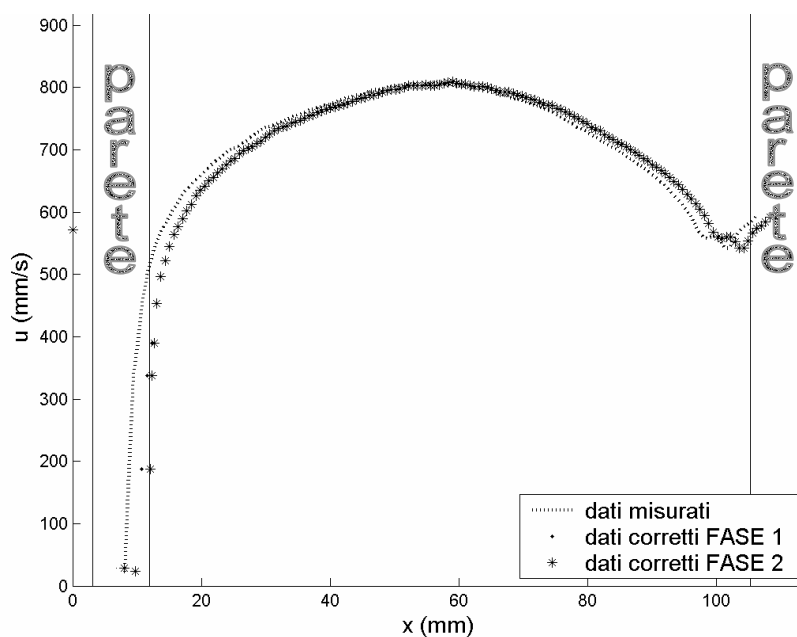
#### 4 I RISULTATI SPERIMENTALI

Un esempio della correzione dei dati per un profilo medio di velocità longitudinale in regime permanente è riportato in Figura 6, che si riferisce a condizioni di moto caratterizzate da un numero di Reynolds  $Re = Ud/\nu = 55600$ , essendo  $U$  e  $\nu$ , rispettivamente, la velocità media di portata e la viscosità cinematica. Il profilo medio è stato ricavato a partire da quelli istantanei, misurati in 200 s di acquisizione. Nella figura è possibile distinguere l'effetto di ognuna delle due fasi descritte nella sezione precedente. In essa è possibile notare la difficoltà da parte del velocimetro nel misurare in modo corretto le velocità locali prossime alla parete opposta alla sonda: il problema deriva dalla riflessione dell'eco in corrispondenza dell'interfaccia, con conseguente aggiunta di componenti immaginarie al segnale ricevuto dallo strumento. Questo fenomeno è riportato nelle note tecniche del velocimetro (Willemetz, 2000) ed è già stato descritto in un precedente lavoro (Berni et al., 2003). In Figura 6 occorre notare, inoltre, che la forma del profilo in corrispondenza della parete opposta, caratterizzata tipicamente da un unico minimo relativo, presenta un ulteriore disturbo frutto di una forte eco proveniente dall'interfaccia aria-fluido d'accoppiamento. Questo ultimo problema è stato successivamente risolto semplicemente allontanando tale interfaccia dalla condotta mediante l'immersione della sezione di misura in un recipiente di dimensioni maggiori.

I punti del profilo rimasti all'interno della parete anche al termine della correzione dei dati sono stati eliminati, essendo chiaramente frutto di componenti immaginarie del segnale acquisito dal velocimetro. A supporto della scelta si pone l'analisi del numero di osservazioni a partire dalle quali è stato ottenuto il profilo medio di Figura 6: i punti scartati, infatti, presentano una percentuale di rilevazioni inferiore allo 0.1 %, mentre i primi punti interni alla corrente passano a percentuali del 20 %. Indicando con  $y$  la distanza dalla parete in direzione ortogonale alla corrente ( $y/R = 0$  individua quindi la parete,  $y/R = 1$  l'asse della tubazione), si è osservato che per  $y/R > 0.03$  la percentuale delle osservazioni sale al 60 %, attestandosi su valori del 70-80 % per  $y/R > 0.04$ . La dimi-

nuzione del numero di osservazioni nelle zone più vicine alla parete dipende da due fattori: il minor valore della velocità, con conseguente difficoltà di trasporto delle particelle sospese nella corrente, e la dimensione ridotta del volume di campionamento effettivo (Figura 5). Per queste motivazioni, si ritiene che le misure di velocità locale relative a  $y/R < 0.03$ , distanza peraltro assai prossima alla dimensione longitudinale del volume di campionamento ( $y \cong 1.4$  mm), presentino, rispetto alle altre, una maggiore incertezza (confermata inoltre dalla deviazione standard che, nei pressi della parete, decresce all'aumentare di  $y/R$ ).

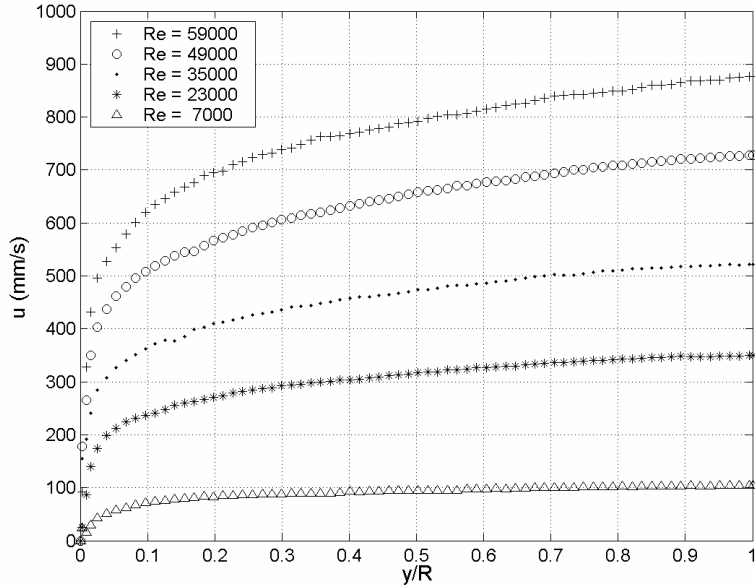
Le misure di velocità con  $y/R < 0.03$ , pur essendo meno affidabili, sono tuttavia molto preziose per poter stimare il gradiente di velocità alla parete e risalire, quindi, alle dissipazioni di energia anche in condizioni di moto vario: si è quindi scelto di non eliminare tali osservazioni dalle figure proposte.



**Figura 6.** Correzione dei dati: visualizzazione dei singoli effetti delle due fasi proposte da Wunderlich and Brunn (2000); l'ascissa  $x$  rappresenta la distanza dalla sonda, l'ordinata  $u$  la velocità locale, mentre le linee verticali individuano le pareti della condotta;  $Re = 55600$ .

La simmetria dei profili rispetto all'asse della condotta ha permesso successivamente di restringere il campo d'indagine a metà profilo: la parte scelta è stata quella prossima alla sonda, scevra del problema di misura alla parete descritto in precedenza e caratterizzata da una maggiore risoluzione spaziale.

In Figura 7 sono riportate le misure dei profili di velocità in moto permanente, per numeri di Reynolds compresi tra 7000 e 59000.



**Figura 7.** Profili di velocità in moto permanente per diversi valori del numero di Reynolds,  $Re$ , dove  $y$  è la distanza dalla parete e  $R$  il raggio della condotta ( $y/R = 0$  individua la parete,  $y/R = 1$  l'asse della tubazione).

Con l'intento di verificare l'affidabilità dei dati ottenuti in laboratorio e l'efficacia della procedura di correzione dei dati implementata, si è ritenuta necessaria una fase di validazione delle misure mediante un confronto con alcuni tra i numerosi contributi presenti in letteratura e ottenuti con differenti tecniche di misura. Come riferimento sono state scelte le misure, relative a tubi lisci e a valori di  $Re$  simili, effettuate da Nikuradse (1932), mediante tubo di Pitot, Laufer (1953), mediante anemometria a filo caldo, e Den Toonder e Nieuwstadt (1997), mediante anemometria laser.

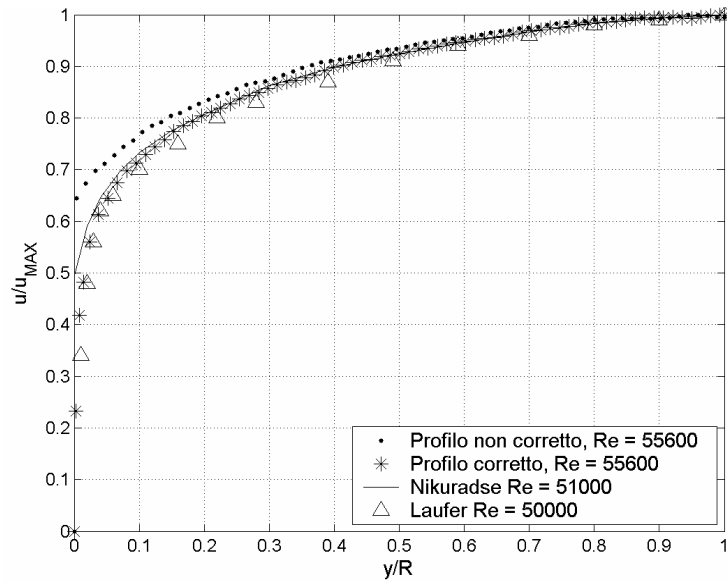
Nelle analisi che seguono si riportano, a titolo di esempio, le elaborazioni relative ad una delle prove realizzate: risultati del tutto analoghi sono stati ottenuti per le altre misure.

In Figura 8 è mostrato il confronto tra il profilo di velocità corretto e non corretto con le misure di Nikuradse e Laufer, relative a numeri di Reynolds simili.

Definendo lo scarto percentuale come:

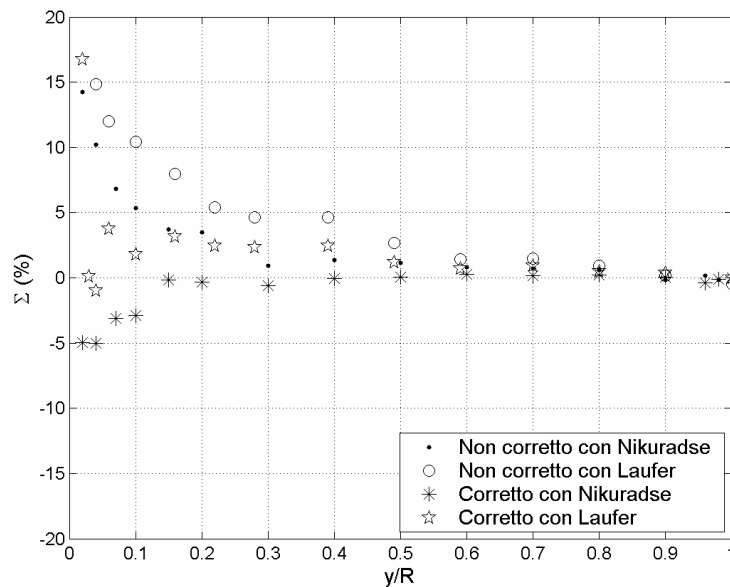
$$\Sigma(\%) = \frac{(u_{mis} - u_{lett})}{u_{lett}} \cdot 100 \quad (3)$$

dove  $u_{mis}$  è la velocità locale misurata e  $u_{lett}$  il corrispondente valore di riferimento (ossia ottenuto da altri autori), è possibile valutare in termini quantitativi l'effetto della procedura correttiva descritta. Nel diagramma le velocità sono riferite a  $u_{MAX}$ , la velocità massima osservata nella sezione, relativa all'asse della condotta.



**Figura 8.** Confronto delle misure corrette e non corrette con i dati di Nikuradse (1932) e Laufer (1953), per numeri di Reynolds simili, nel piano  $(y/R, u/u_{MAX})$ .

In Figura 9 è rappresentato l'andamento dello scarto percentuale  $\Sigma$  calcolato per i dati di Figura 8: si osserva come la correzione dei dati riduca sensibilmente lo scarto che passa da valori massimi intorno al 15–20% a valori del 4–5%.



**Figura 9.** Confronto con i dati di Nikuradse (1932) e Laufer (1953) delle misure corrette e non: andamento dello scarto percentuale  $\Sigma$  rispetto alla distanza adimensionale dalla parete,  $y/R$ .

Si può osservare che lo scarto tra misure corrette e dati di riferimento cresce nella zona compresa tra la parete della condotta e la già citata distanza  $y/R = 0.03$ .

#### 4.1 Grandezze di parete e “scaling”

Ulteriori confronti possono essere effettuati ricorrendo alle grandezze di parete e al processo di adimensionalizzazione noto in letteratura come “inner scaling”. Un tipico profilo medio di velocità longitudinale è generalmente diviso in 3 zone: uno strato interno (“inner layer”), uno esterno (“outer layer”) ed una zona di sovrapposizione (“overlap layer”). Lo strato interno è la regione vicina alla parete, in cui il flusso non dipende dalla geometria a larga scala e le grandezze idrauliche che regolano il moto sono simili, sia che la corrente si muova all’interno di una condotta in pressione sia in un canale a superficie libera. Lo strato esterno, d’altra parte, dipende dalla geometria del sistema in cui avviene il moto e, nel caso di una corrente in pressione, interessa l’asse della condotta. Nella regione di sovrapposizione, infine, si ha un passaggio graduale tra i due strati, interno ed esterno.

L’ipotesi di completa similarità (ancora oggi non universalmente accettata) prevede che le grandezze turbolente (profilo medio, scarti quadratici medi delle fluttuazioni, ecc.), rese adimensionali in modo opportuno, si sovrappongano lungo una curva universale indipendentemente dal numero di Reynolds.

I parametri utilizzati nell’operazione di scaling per la regione interna (“inner scaling”), le cosiddette grandezze di parete, nel caso di tubi lisci, sono la viscosità cinematica del fluido,  $\nu$ , e la velocità di attrito,  $u_\tau$ , definita come:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{R_i}{\rho} \left| \frac{\Delta p}{\Delta l} \right|} \quad (4)$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $\tau_w$  è lo sforzo di attrito alla parete,  $R_i$  è il raggio idraulico e  $\Delta p$  è la differenza di pressione misurata tra le due prese di pressione posizionate a distanza  $\Delta l$ .

Il profilo medio di velocità può essere quindi espresso mediante le due grandezze adimensionali  $\phi$  e  $\eta$ :

$$\phi = \frac{u}{u_\tau} \quad \text{e} \quad \eta = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (5)$$

Sotto l’ipotesi di completa similarità, il profilo medio di velocità può essere descritto dalle due relazioni seguenti, la legge di parete (6), valida all’interno del sottostrato limite viscoso, e la legge universale logaritmica (7), valida nella zona di sovrapposizione:

$$\phi = \eta \quad \text{per} \quad 0 < \eta < 5 \quad (6)$$

$$\phi = A \ln \eta + B \quad \text{per} \quad \eta > 30 \quad (7)$$

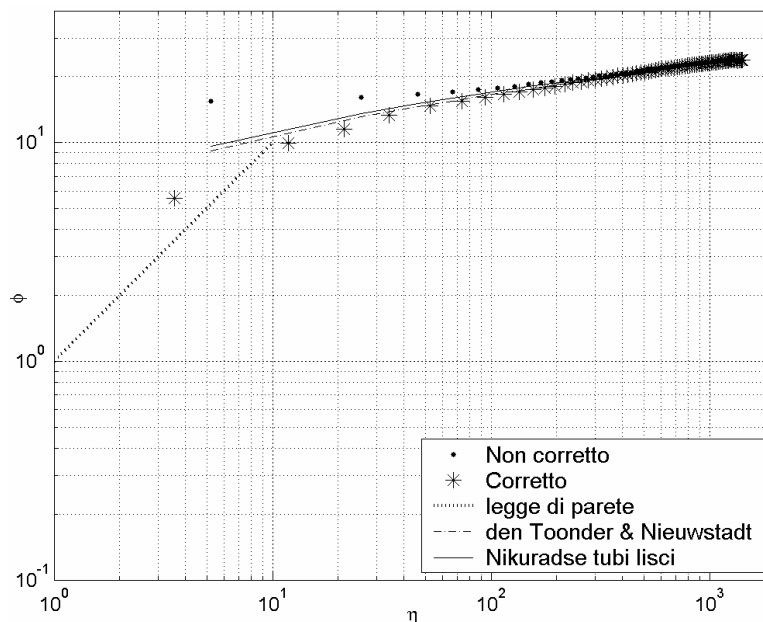
dove, tipicamente,  $A = 2.5$  e  $B = 5.5$ , sebbene alcuni autori propongono valori leg-

germente diversi. In particolare, Den Toonder e Nieuwstadt (1997) hanno osservato una dipendenza del coefficiente  $B$  dal numero di Reynolds, che passa dal valore 5.5 per  $Re = 5000$  a 5 per  $Re = 25000$ .

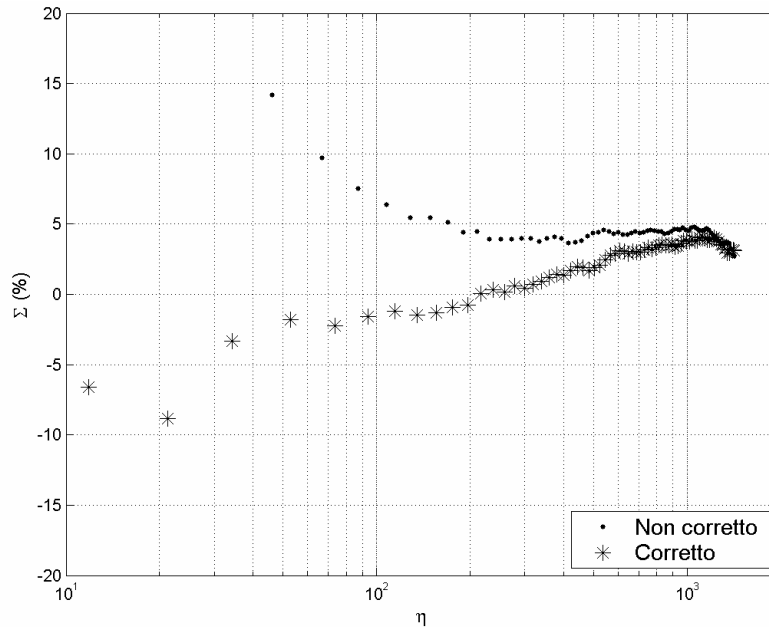
Analoghe considerazioni possono essere fatte per l'operazione di "outer scaling": nella regione esterna, per effetto della parete, la velocità locale si riduce, rispetto alla velocità massima osservata in asse, secondo una legge dipendente dalla distanza dalla parete, dal raggio della condotta, dallo sforzo tangenziale alla parete e dalla densità del fluido. La legge che ne deriva è la nota legge del difetto di velocità ("defect-law"), valida nell'outer layer e in parte dell'overlap layer. Nel presente lavoro, il maggior interesse per la zona interna e di sovrapposizione ha portato all'analisi del solo inner scaling.

In Figura 10 è mostrato l'andamento delle misure corrette e non corrette nel piano adimensionale  $(\eta, \phi)$ , in cui sono riportate le leggi proposte in letteratura (eq. 6 e 7). Dal grafico risulta evidente l'effetto della procedura di correzione dei dati, in grado di fornire un andamento più realistico ed in migliore accordo con le leggi rappresentate.

Figura 11 mostra, in termini quantitativi, le considerazioni appena fatte, riportando l'andamento dello scarto percentuale delle misure corrette e non corrette,  $\Sigma$ , rispetto alla distanza adimensionale dalla parete,  $\eta$ . Anche in questo caso, per le diverse prove, si è osservata una riduzione dello scarto che, da valori massimi del 15-20%, per i dati non corretti, assume valori massimi del 5%, per i dati corretti.



**Figura 10.** "Inner scaling" del profilo di velocità: confronto tra le misure corrette e non corrette con le leggi proposte in letteratura.



**Figura 11.** Scarto percentuale delle misure corrette e non corrette,  $\Sigma$ , rispetto alla distanza adimensionale dalla parete,  $\eta$ .

## 5 CONCLUSIONI

Misure di profili di velocità in una corrente in pressione in condizioni di moto permanente, per numeri di Reynolds compresi tra  $7 \cdot 10^3$  e  $5.9 \cdot 10^4$ , sono state effettuate presso il Laboratorio di Ingegneria delle Acque dell'Università degli Studi di Perugia mediante la tecnica ad impulsi di ultrasuoni UDV, utilizzata in modo non intrusivo.

Previa applicazione di una procedura di correzione dei dati proposta da Wunderlich e Brunn (2000), della quale è stato valutato l'effetto, i dati raccolti sono stati confrontati con alcuni celebri risultati disponibili in letteratura ed ottenuti con tecniche diverse, mostrando un buon accordo e scarti inferiori al 5%.

Nella prospettiva di applicare la tecnica UDV a condizioni di moto vario, il presente lavoro costituisce una necessaria fase preliminare di perfezionamento dell'installazione sperimentale e di validazione dei dati forniti dallo strumento.

**Ringraziamenti.** Gli autori ringraziano: Paolo Tomassini della C.P.A. di Bastia Umbra (PG), per la realizzazione dei dispositivi riportati in Figura 2; Andrea Giacomo Rossetti e Fabio Bennati per il supporto nella conduzione delle esperienze.

L'attività di ricerca è stata parzialmente finanziata con fondi dei Programmi di Ricerca Scientifica di Rilevante Interesse Nazionale "Caratteri idrodinamici dei transitori nei sistemi idrici con applicazioni per la diagnosi delle reti di condotte in pressione" e "La ricerca perdite nella gestione di sistemi acquedottistici: tecniche innovative e analisi

della vulnerabilità da ingresso non controllato di liquido". Gli autori ringraziano la Fondazione Cassa Risparmio Perugia per il suo sostegno.

#### BIBLIOGRAFIA

- Abell, C. J., Scaling laws for pipe flow turbulence, Ph.D. dissertation, University of Melbourne, 1974.
- Berni, A., B. Brunone, e M. Ferrante, Turbulent velocity profiles in pressurized pipes by UDV. *1st Joint Conf. IAHR-IWA 'PEDS'*, Valencia, 2003, 1, 145-152.
- Den Toonder, J. M. J., e F. T. M. Nieuwstadt, Reynolds number effects in a turbulent pipe flow for low to moderate Re, *Phys. Fluids*, 1997, 9 (11), 3398-3409.
- DOP1000 User's Manual*. 1997. Signal Processing S.A., Switzerland.
- Kino, G. S., *Acoustic waves*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1987.
- Laufer, J., The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA TN 2954, 1953.
- Nikuradse, J., Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Stromung in glatten Rohren, *VDI-Forschungsheft*, 1932, 356.
- Nowak, M., Wall shear stress measurement in a turbulent pipe flow using ultrasound Doppler velocimetry, *Experiments in fluids*, 2002, 33, 249-255.
- Willemetz, J. C., DOP1000 applications notes. Signal Processing S.A., Switzerland, 2000 (<http://www.signal-processing.com/>).
- Wunderlich, T., e P. O. Brunn, A wall layer correction for ultrasound measurement in tube flow: comparison between theory and experiment, *Flow Meas. and Instr.*, 2000, 11, 63-69.
- Zagarola, M. V., Mean-flow scaling of turbulent pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 1998, 373, 33-79.