

## Confronto PIV ed LDV su un getto libero

Fabio Cozzi e Aldo Coghe

Dipartimento di Energetica, Politecnico di Milano, Milano

### 1. Sommario

In questo lavoro sono presentati i risultati di misure di velocità, eseguite su un getto d'aria libero in regime di moderati numeri di Reynolds. L'analisi sperimentale del campo di moto è stata effettuata mediante velocimetria laser Doppler (LDV) e velocimetria digitale ad immagini di particelle (PIV). Le misure di velocità sono state condotte nella regione iniziale del getto ( $x/D < 12$ ). I risultati ottenuti sono stati discussi criticamente, includendo sia un'attenta analisi dei possibili errori che un confronto con risultati noti in letteratura. In termini di velocità assiale media le due tecniche di misura hanno fornito risultati molto simili nella regione a potenziale del getto. Una discrepanza sistematica e significativa è stata invece osservata a valle di tale regione. Eliminate tutte le possibili sorgenti di errore sistematico, una possibile spiegazione può essere legata alla distribuzione non uniforme di insemiante, conseguente sia all'introduzione del tracciante solo nel getto che alla struttura del getto stesso.

### 2. Introduzione

Attualmente l'anemometria laser Doppler (LDV) e la velocimetria digitale ad immagine di particelle (PIV) sono tra le tecniche più comunemente impiegate per lo studio sperimentale del moto di fluidi. La tecnica LDV consente misure puntuali di velocità con elevata risoluzione spaziale, temporale, e ben caratterizzate dal punto di vista statistico grazie all'elevato numero di campioni acquisiti. Mediante la tecnica PIV è invece possibile determinare con un'unica serie di immagini la velocità sull'intero campo di moto. In generale il numero di campioni acquisito è limitato e la risoluzione spaziale e temporale è modesta.

Scopo del presente lavoro è quello di indagare differenze e limitazioni nelle due tecniche, applicandole alla misura del campo di moto di un getto d'aria libero assialsimmetrico a numeri di Reynolds moderati ( $\sim 3000$ ). In particolare sono stati misurati e confrontati i profili della componente assiale di velocità sia lungo l'asse del getto che trasversalmente ad esso. La riproducibilità delle condizioni sperimentali è stata assicurata eseguendo le misure PIV e LDV a breve distanza le une dalle altre.

### 3. Impianto Sperimentale

L'impianto sperimentale utilizzato, vedi Figura 1, consta di un getto d'aria libero assialsimmetrico. Il getto fuoriesce a pressione e temperatura ambiente in direzione verticale da un ugello del diametro,  $D$ , di 8.5 mm. Quest'ultimo è montato ad un'estremità di un condotto circolare di 12 mm di diametro interno e 300 mm di lunghezza. All'estremità opposta del condotto si trova un miscelatore in cui sono convogliati il flusso d'aria principale e quello insemiante. La portata d'aria complessivamente uscente dall'ugello è controllata da un regolatore elettronico di portata basato su di un flussimetro termico. L'insemiante, di tipo pneumatico, è alimentato con aria spillata a valle del regolatore. L'insemiante è un olio enologico, il diametro medio delle particelle risulta compreso tra 0.5 e 5  $\mu\text{m}$ . Uno schema della linea pneumatica e un disegno dell'insemiante pneumatico sono riportati in Figura 2. La portata d'aria inviata all'insemiante e quindi la quantità di insemiante è regolata mediante la valvola parzializzatrice indicata in Figura 2a.

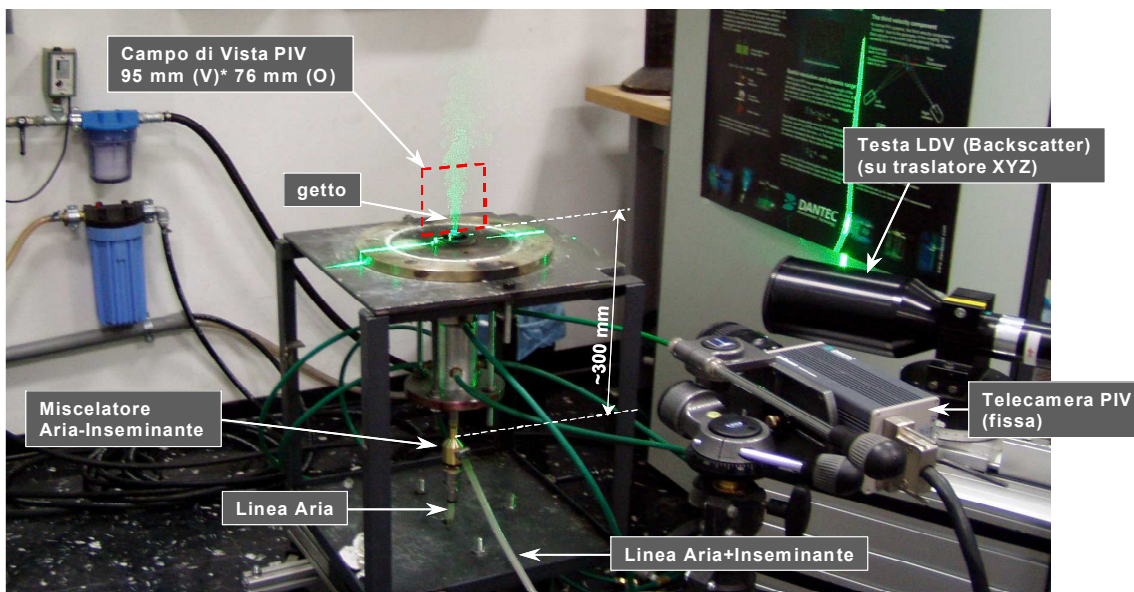


Figura 1. Foto dell'impianto sperimentale, il campo di vista inquadrato dalla videocamera PIV è indicato dal rettangolo tratteggiato.

Il sistema PIV è composto da una videocamera per cross-correlazione (1280x1024 pixels), dotata di un obiettivo Nikon da 60 mm, e da un laser Nd:YAG a doppia cavità con duplicatore di armonica. La lunghezza d'onda del fascio laser è

pari a 532 nm (verde), lo spessore della lama di luce laser è pari a circa 1 mm. La tecnica PIV implementata è a doppio fotogramma e singola esposizione, l'intervallo temporale tra le due immagini PIV è stato variato tra 20 e 40  $\mu$ s, a cui corrispondono spostamenti compresi tra 1 e 3 pixels. La videocamera è posta a circa 650 mm dal getto, e utilizzando un diaframma  $f_{\#}=2.8$  la profondità di campo e l'ingrandimento sono rispettivamente pari a circa 1 mm e 0.0901. Il corrispondente campo di vista è 95 (V) x 76 (O)  $\text{mm}^2$ . Un singolo fotogramma PIV del getto è riportato in Figura 14.

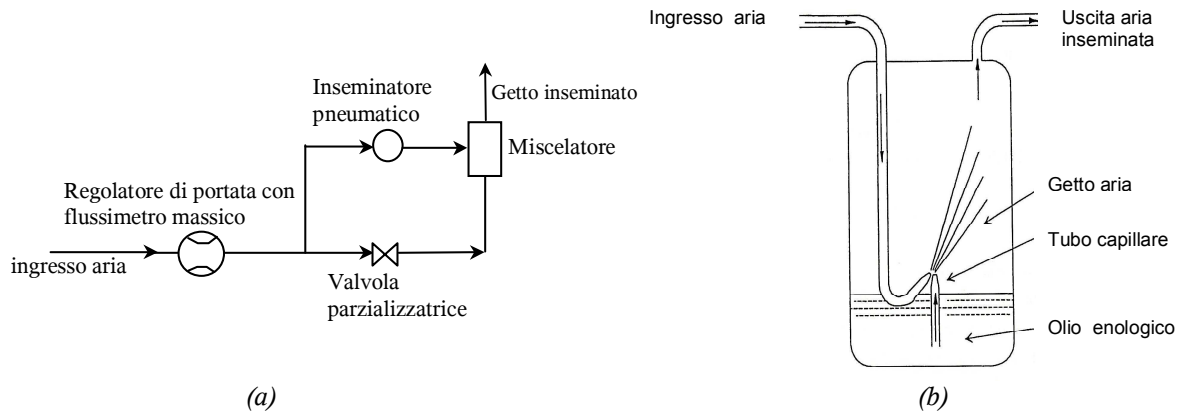


Figura 2. (a) Schema della linea pneumatica. (b) Schema di funzionamento dell'inseminatore pneumatico.

Le immagini PIV sono analizzate mediante cross-correlazione utilizzando aree di interrogazione di  $16 \times 16$  pixels (corrispondenti a circa  $1.2 \times 1.2 \text{ mm}^2$ ) sovrapposte per il 50%. Il picco di cross-correlazione è convalidato in base al valore della sua altezza (relativa al 2° picco) e della sua larghezza. I vettori velocità sono convalidati imponendo un valore massimo e minimo sulle due componenti. Il campo di velocità medio è il risultato dell'analisi di 200 coppie d'immagini. I vettori di velocità media con una convalida inferiore al 7.5% sono stati sostituiti con vettori nulli.

Il sistema LDV è di tipo differenziale, ad una componente, con diffusione all'indietro. Il sistema ottico è composto da un laser agli ioni di Argon, di potenza massima nominale pari a 5 W ed emissione sulla lunghezza d'onda di 514.5 nm, da una cella di Bragg e da una lente di 500 mm di focale. Utilizzando un beam expander il volume di misura è ridotto a circa  $0.1 \times 0.1 \times 1 \text{ mm}^3$ ; la dimensione maggiore è in direzione perpendicolare al piano di misura. Il segnale Doppler è analizzato da un processore BSA (Burst Spectrum Analyzer) Dantec 57N21. La testa di misura LDV è montata su un traslatore con movimento su 3 assi ortogonali. La risoluzione spaziale del traslatore è migliore di 0.1 mm.

Per motivi d'ingombro le misure effettuate con i due sistemi giacciono su piani differenti, ma entrambi i piani contengono l'asse del getto. Uno schema della posizione dei punti misura è riportato nelle figure 3a e 3b.

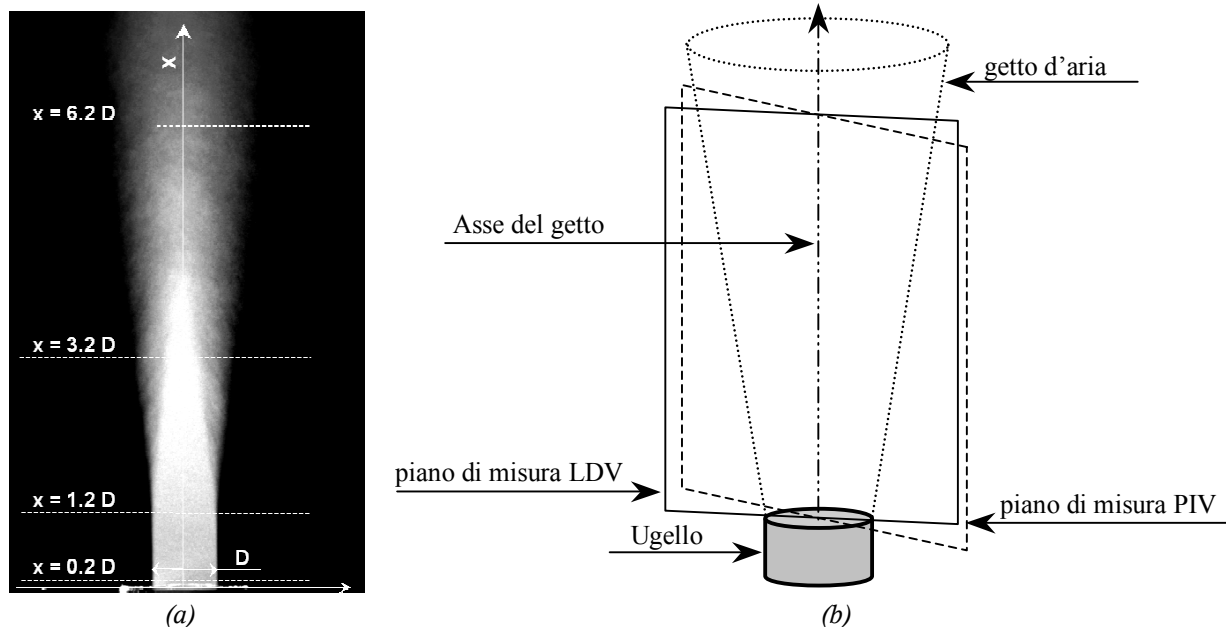


Figura 3. (a) Immagine del getto ottenuta dalla media di 200 immagini PIV, su di essa sono indicate la posizione degli assi e delle traverse di misura (la traversa a  $\sim 10$  diametri dall'ugello non è visibile). (b) Il disegno mostra la posizione dei piani su cui sono state effettuate le misure PIV e LDV. I piani in prima approssimazione si intersecano lungo l'asse del getto

Le misure LDV sono state effettuate in "burst mode", impostando un tempo massimo di misura pari a 25 s e un numero massimo di 3000 campioni. In questa modalità il sistema continua ad acquisire tutte le misure valide di velocità finché il numero massimo di campioni è stato acquisito, oppure è trascorso il tempo massimo fissato.

#### 4. Risultati sperimentali e discussione

##### 4.1. Errori legati alle condizioni di prova o all'impianto sperimentale

Per rendere significativo il confronto tra le misure ottenute dalle due differenti tecniche, è necessario eliminare le possibili fonti d'incertezza sistematica. Questo richiede di effettuare sull'apparato sperimentale le seguenti verifiche:

- 1) verifica della stazionarietà del flusso d'aria e dell'inseminante,
- 2) verifica della ripetibilità della misura,
- 3) verifica della simmetria del getto,
- 4) il controllo della densità dell'aria,
- 5) verifica della coincidenza dei piani di misura PIV e LDV lungo l'asse del getto.

Durante le prove si osservava un accumulo di olio all'interno del miscelatore, che produceva un flusso intermittente e molto turbolento. La lunghezza del cuore a potenziale del getto era ridotta e variabile nel tempo, vedi Figura 4, mentre i profili di velocità erano irregolari e poco riproducibili. Il problema è stato rimosso modificando il miscelatore e posizionando un ciclone a valle dell'inseminatore. Una volta adottate tali precauzioni le misure PIV e quelle LDV sono risultate entrambe molto ripetibili (variabilità inferiore al 3%).

Un altro problema, rilevato solo tardivamente, consisteva in una piccola perdita (qualche per cento) nella linea d'alimentazione dell'aria all'inseminatore pneumatico. Tale perdita era funzione della portata d'aria inviata all'inseminatore, ovvero della quantità di inseminante utilizzata. Il problema è stato eliminato mantenendo costante la portata d'aria inviata all'inseminatore.

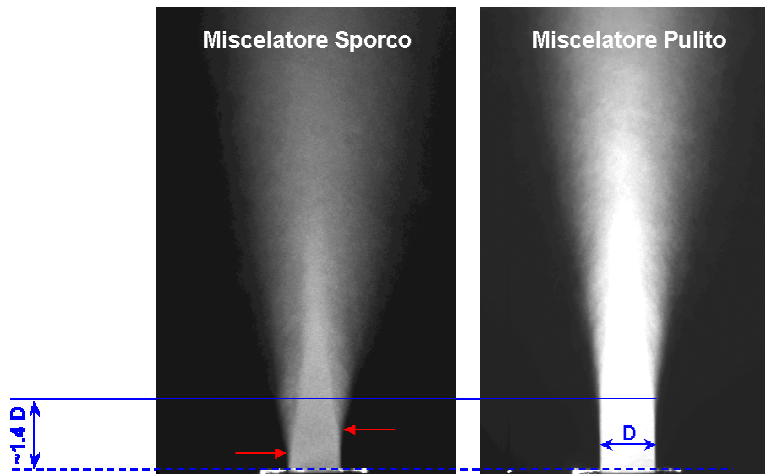


Figura 4. Effetto dell'accumulo di olio nell'inseminatore sul getto. L'accumulo di olio riduce la lunghezza del cuore a potenziale e rende il getto asimmetrico. Le immagini sono ottenute dalla media di 200 immagini PIV.

Una volta fissata la portata massica, la velocità in uscita dall'ugello è funzione della densità del getto d'aria, variazioni della temperatura o della pressione del getto d'aria (qualche %) conducono a variazioni di velocità dello stesso ordine di grandezza. Effettuando le misure PIV e LDV a breve distanza temporale le une dalle altre (al più pochi minuti), si evita di introdurre tali differenze.

I piani di misura PIV e LDV non sono coincidenti, vedi Figura 3b, ma essendo il getto assialsimmetrico ciò non è strettamente necessario. Per confrontare correttamente le misure è sufficiente assicurarsi che i piani si intersechino in direzione assiale lungo una retta coincidente con l'asse del getto. L'inclinazione misurata tra l'asse d'intersezione dei piani di misura e l'asse del getto è inferiore al grado sessagesimale. Tale inclinazione in corrispondenza della traversa più lontana dall'ugello ( $x/D=10.2$ ) si traduce in una distanza tra gli assi di circa 1.5 mm,  $y/R \sim 0.35$ . Questa differenza comporta un errore sistematico per difetto sul profilo trasversale di velocità assiale, poiché la misura è eseguita lungo una corda anziché lungo il diametro del getto. La stima di quest'errore può essere effettuata calcolando la diminuzione di velocità sul profilo teorico, in corrispondenza di  $x/D \approx 10$ , quando ci si sposta dall'asse del profilo di una quantità pari a 1.5 mm. Assumendo che la traversa 10 ( $x \sim 87$  mm) si trovi nella regione di similitudine, il profilo teorico di velocità è gaussiano [1]:

$$\bar{U}(y)/\bar{U}(0) = e^{-\frac{y}{y_{0.5}} \ln 2}, \quad (1)$$

dove  $y_{0.5}$  è il valore della coordinata radiale  $y$ , per cui la velocità assiale si è ridotta a metà del valore in corrispondenza all'asse del getto. Dalle misure LDV, Figura 5, si ricava  $y_{0.5}=10.84$  mm. Sostituendo nell'eq. (1) i valori  $y=1.5$  mm e  $y_{0.5}=10.84$  mm, si ottiene  $\bar{U}(y)/\bar{U}(0) \approx 0.98$ . La variazione di velocità è perciò inferiore al 2%. Ovviamente mano a mano che ci si avvicina all'ugello i piani di misura e l'asse del getto convergono in un unico punto e questo tipo di errore tende a 0.

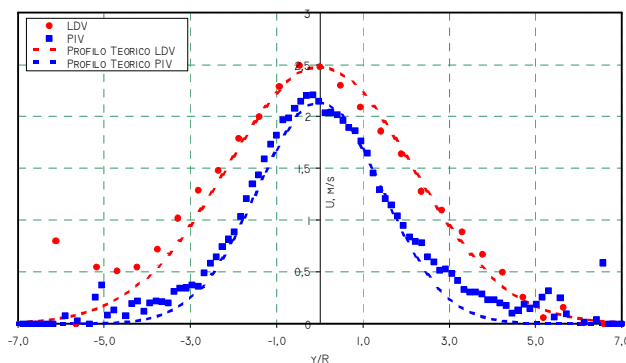


Figura 5. Confronto profili di velocità assiale in direzione trasversale all'asse del getto, ottenuti mediante PIV e LDV. Distanza dall'ugello 86.7 mm,  $x/D = 10.2$ ,  $R=D/2$ . Le curve tratteggiate corrispondono ai profili di velocità con distribuzione Gaussiana ottenuti tramite Eq. (1),  $y_{0,5}$  è stato determinato dai profili sperimentali.

#### 4.2. Errori Statistici

Le misure LDV sono ottenute dalla media di 3000 campioni. Sulla periferia del getto la quantità di insemillante è ridotta ed il data rate è basso. Avendo fissato un tempo massimo di misura pari a 25 s, il numero dei campioni acquisiti in tale regione è in generale inferiore ai 3000. La convalida dei segnali Doppler è superiore al 90%, e il data rate medio è pari a qualche centinaio di Hz. L'errore associato alle misure LDV è stato definito utilizzando il doppio dell'errore standard:

$$\varepsilon_{mLDV} = 2 \frac{U_{RMS}}{\bar{U}} \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (2)$$

Il coefficiente  $\varepsilon_{mLDV}$  è l'errore al 95% di probabilità sulla misura di velocità media,  $U_{RMS}$  è lo scarto quadratico medio delle velocità,  $\bar{U}$  è la velocità assiale media misurata nel punto,  $N$  il numero di campioni. Per quanto riguarda le misure lungo l'asse del getto, il valore di  $\varepsilon_{mLDV}$  risulta compreso tra  $\sim 0.15\%$  e  $\sim 0.8\%$ . Il valore più basso corrisponde alle misure in prossimità dell'ugello e quello più elevato a misure oltre i 50 mm dall'ugello, vedi Figura 6a. Il valore di  $\varepsilon_{mLDV}$  aumenta notevolmente passando dal centro alla periferia del getto ( $\bar{U}$  bassa,  $U_{RMS}$  elevata). L'incremento è tanto più marcato quanto più ci si allontana dall'origine del getto.

Un'altra sorgente d'errore nelle misure LDV è la polarizzazione della velocità media. Questo problema nasce dal fatto che particelle più veloci hanno maggior probabilità di essere misurate. Tale probabilità è statisticamente dipendente dalla velocità del fluido e l'errore non può essere rimosso mediante una semplice media aritmetica. L'entità della polarizzazione è funzione anche dall'intensità di turbolenza del flusso. Esistono diversi schemi di correzione per ridurre la polarizzazione della velocità [2]. In questo caso tali schemi non sono stati applicati; si è invece preferito ripetere le misure in modalità "dead time". Tale modalità assicura l'acquisizione di una sola misura per ogni prefissato intervallo temporale. Le misure in "burst mode" e in "dead time mode" sono risultate praticamente coincidenti sull'asse del getto, vedi Figura 7a, con differenze dell'ordine del 1-3%.

Le misure PIV sono in generale più disperse delle analoghe misure LDV. Come stima dell'errore è stata adottata un'espressione analoga alla equazione (2):

$$\varepsilon_{mPIV} = 2 \frac{\sigma(U)}{\bar{U}} \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad (3)$$

$\varepsilon_{mPIV}$  è l'errore al 95% di probabilità sulla misura di velocità media,  $\sigma(U)$  è la deviazione standard delle misure PIV,  $\bar{U}$  è la velocità assiale media,  $N$  il numero di vettori validi utilizzati per il calcolo della media. Sull'asse del getto il valore di  $\varepsilon_{mPIV}$  è crescente, e passa da  $\sim 1\%$  in prossimità dell'ugello, a  $\sim 3\%$  in corrispondenza dell'estremità longitudinale del getto Figura 6a. In realtà la variazione è legata unicamente alla diminuzione di  $\bar{U}$ , infatti  $\sigma(U)$  ha andamento circa costante, vedi Figura 6b.

La Figura 6b evidenzia come in accordo a quanto noto in letteratura [3], l'andamento di  $U_{RMS}$  sia crescente-decrescente con un massimo intorno a  $x/D \sim 6$ . Al contrario  $\sigma(U)$  presenta un andamento circa costante. Questo lascia supporre che  $\sigma(U)$  sia associato all'errore casuale delle misure PIV piuttosto alla turbolenza del getto.

Tecnica di misura	ERRORE CASUALE	ERRORE SISTEMATICO	
	Errore statistico	Polarizzazione misura	Non coincidenza assi di misura
PIV	3%	//	2%
LDV	$\sim 1\%$	1% ÷ 3%	//

Tabella 1. Entità dei diversi errori di misura della componente assiale di velocità lungo l'asse del getto. L'errore sulla non coincidenza degli assi di misura è stato imputato tutto alla sola tecnica PIV.

Un sunto dell'entità dei vari errori riferiti ai valori misurati lungo l'asse del getto è riportato in Tabella 1. In base ai valori della tabella le misure PIV dovrebbero differire in modo sistematico da quelle LDV per al più un 5%.

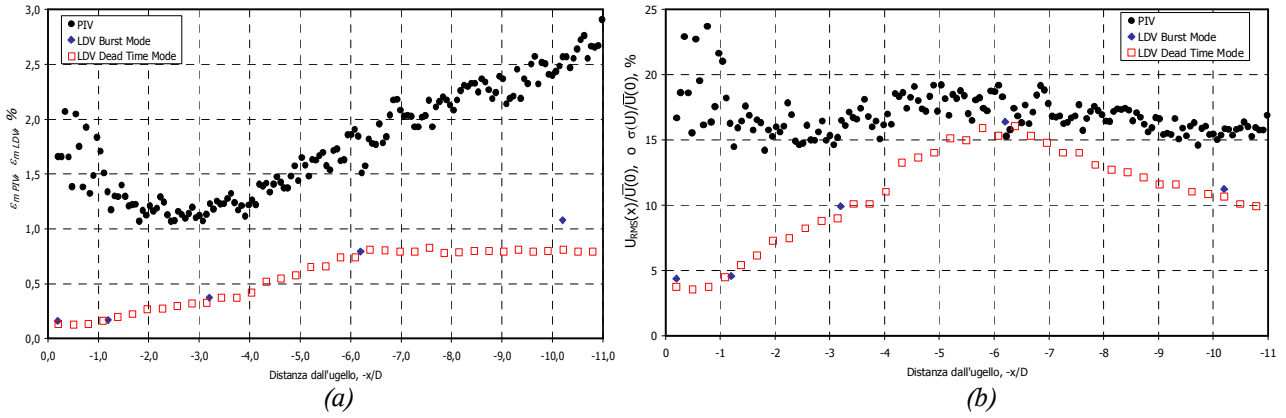


Figura 6. (a) Andamento di  $\varepsilon_{m,PIV}$  e  $\varepsilon_{m,LDV}$  lungo l'asse del getto. (b) Andamenti di  $\sigma(U)$  e  $U_{RMS}$  lungo l'asse del getto, normalizzati utilizzando il valore della velocità di efflusso sull'asse del getto  $\bar{U}$  in corrispondenza di  $x/D=0.2$ .

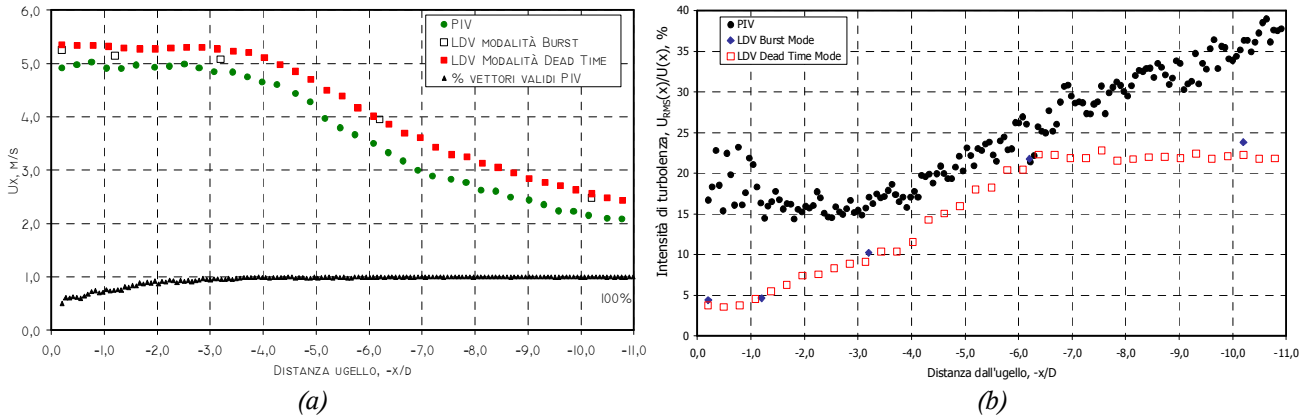


Figura 7 (a) Profili di velocità in direzione assiale ottenuti mediante PIV (●) e LDV (■, □). Per le misure PIV è riportata anche la percentuale dei vettori convalidati (▲). (per la differenza tra le misure si veda il testo) (b) Intensità di turbolenza assiale (espressa in percentuale), sull'asse del getto, in funzione della distanza dall'ugello  $x/D$ .

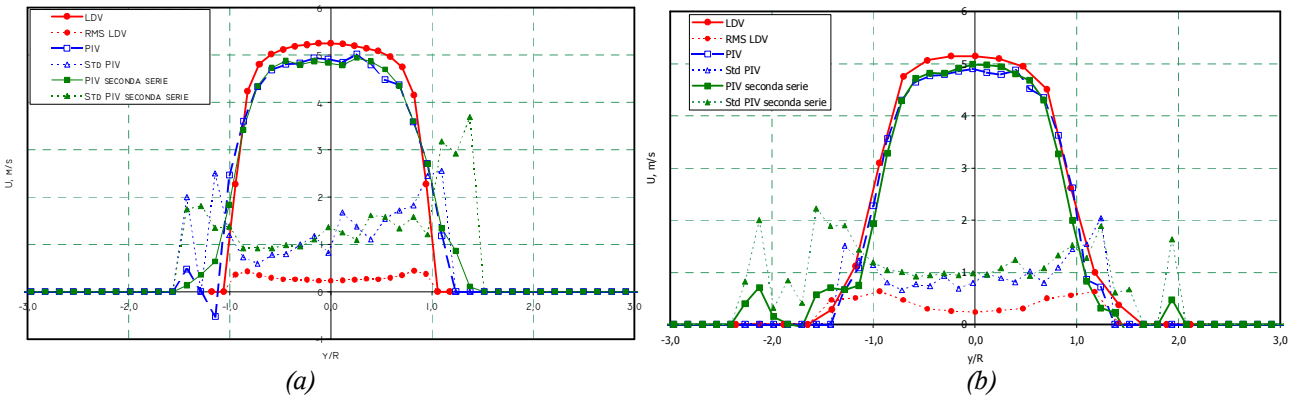


Figura 8. (a) Confronto profili di velocità in direzione trasversale all'asse del getto ottenuti mediante PIV e LDV. Distanza dall'ugello 1.7 mm,  $x/D = 0.2$ . Le misure PIV sono state ripetute due volte. (b) Confronto profili di velocità in direzione trasversale all'asse del getto, ottenuti mediante PIV e LDV. Distanza dall'ugello 10.2 mm,  $x/D = 1.2$ . Le misure PIV sono state ripetute due volte.

#### 4.3. Profili longitudinali e trasversali della componente assiale di velocità

La velocità assiale misurata mediante PIV sull'asse del getto ed in corrispondenza dell'ugello è pari a circa  $5 \text{ m s}^{-1}$ , mentre il valore misurato mediante LDV è pari a circa  $5.3 \text{ m s}^{-1}$ . Il valore di velocità assiale rimane circa costante lungo l'asse del getto fino a  $x/D \sim 4$ , e a distanze superiori decade in modo monotono, vedi Figura 7a. Benché le misure PIV e LDV siano qualitativamente congruenti, le misure LDV sono sistematicamente più alte di circa  $0.4-0.5 \text{ m s}^{-1}$ . La lunghezza della regione a potenziale risulta pari a  $\sim 4 D$  per le misure PIV e circa  $\sim 4.5 D$  per quelle LDV. L'estensione della zona a potenziale è definita come la distanza tra ugello e il punto di intersezione della velocità costante  $\bar{U}_0$  con la curva teorica, Eq. (10), di decremento iperbolico del profilo assiale di velocità.

I profili trasversali di velocità ottenuti mediante le due tecniche sono riportati nelle figure 5, 8 e 9. Nelle prime due traverse,  $x/D=0.2$  e  $x/D=1.2$ , le misure LDV e PIV sono in buon accordo tra loro. La differenza nella regione periferica del getto, limitatamente alla prima traversa, può essere spiegata con la "bassa" risoluzione spaziale della tecnica PIV

(l'area d'interrogazione è pari a circa  $1 \times 1 \text{ mm}^2$ ). Il vettore velocità ricavato dalle immagini PIV è la media delle velocità presenti all'interno dell'area d'interrogazione ed è posizionato nel centro dell'area d'interrogazione. Queste operazioni "smussano" i gradienti spaziali di velocità. Conseguentemente nella regione periferica del getto il profilo di velocità PIV risulta superiore al corrispettivo profilo LDV; e la dimensione reale del getto è sovrastimata, vedi Figura 8a. A distanze dall'ugello maggiori di  $x/D=6.2$  le misure LDV sono sistematicamente superiori alle analoghe misure PIV. Per la traversa  $x/D=6.2$ , Figura 9b, il profilo di velocità ottenuto dalle misure PIV è ben riprodotto dal profilo teorico espresso dall'equazione (1), mentre limitatamente alla regione periferica del getto l'accordo tra misure LDV e il profilo teorico è meno soddisfacente.

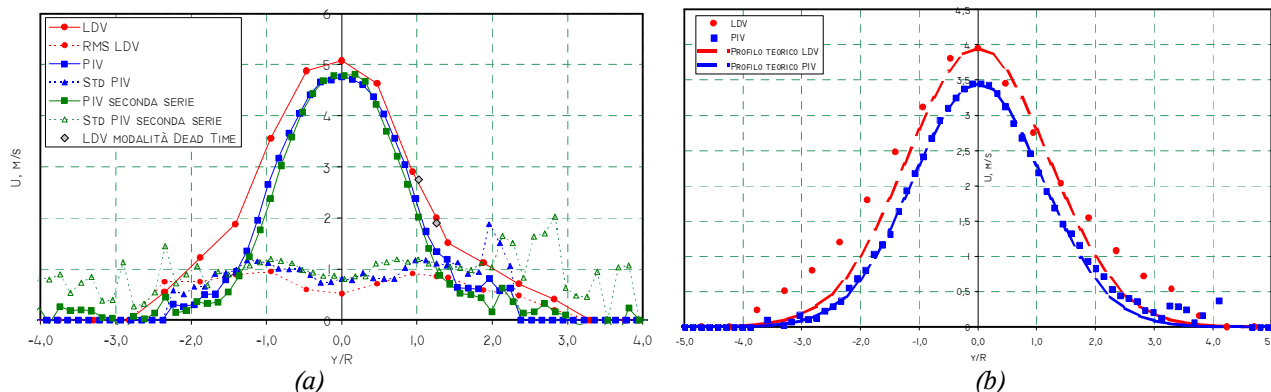


Figura 9. (a) Confronto profili di velocità in direzione trasversale all'asse del getto, ottenuti mediante PIV e LDV. Distanza dall'ugello 27.2 mm,  $x/D = 3.2$ . Le misure PIV sono state ripetute due volte.  
(b) Confronto profili di velocità in direzione trasversale all'asse del getto, ottenuti mediante PIV e LDV. Distanza dall'ugello 52.7 mm,  $x/D = 6.2$ . Le curve tratteggiate corrispondono ai profili di velocità con distribuzione Gaussiana ottenuti tramite Eq. (1),  $y_{0.5}$  è stato determinato dai profili sperimentali.

Dai dati noti in letteratura risulta che l'intensità di turbolenza assiale in corrispondenza della sezione d'efflusso di getti assialsimmetrici è pari a qualche percento. L'intensità aumenta allontanandosi dall'ugello e infine si stabilizza su un valore pari a circa 4-6 volte quello iniziale [3, 4, 5].

Sull'asse del getto, e in corrispondenza di  $x/D=0.2$ , le misure LDV forniscono un'intensità di turbolenza assiale,  $U_{RMS}/\bar{U}$ , pari a circa il 4%. L'intensità cresce in modo monotono fino a  $x/D \sim 6$  e successivamente si stabilizza su un valore costante pari a 21-22%, vedi Figura 7b. Questo risultato è in ottimo accordo con quanto noto in letteratura.

Dalle misure PIV sul piano di efflusso del getto ( $x/D=0.2$ ) risulta un'intensità di turbolenza assiale,  $\sigma(U)/\bar{U}$ , pari a circa il 15%. L'intensità aumenta in modo monotono e raggiunge il valore massimo, circa 40%, in corrispondenza di  $x/D=11$ , vedi Figura 7b. Questo comportamento dà credito all'ipotesi che  $\sigma(U)$  sia legato alla tecnica di misura e al ridotto numero di campioni piuttosto che alla turbolenza. In un recente lavoro Gilbert evidenzia come immagini PIV analizzate mediante quattro distinti algoritmi, basati sulla valutazione della cross-correlazione mediante FFT, forniscano valori medi di velocità molto accurati, indipendentemente dall'algoritmo utilizzato [6]. Inoltre immagini analizzate mediante l'algoritmo standard, identico a quello utilizzato in queste prove, conducono ad una sovrastima significativa dell'intensità di turbolenza [6].

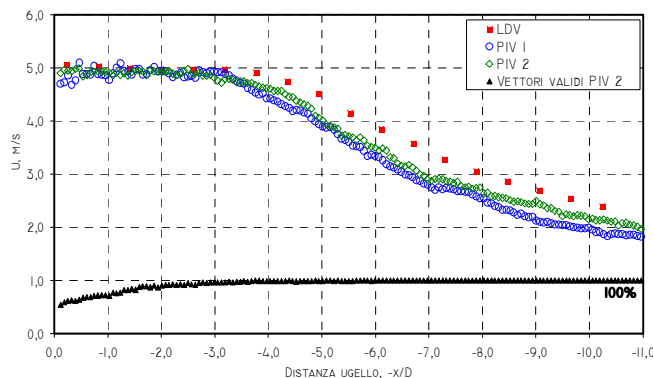


Figura 10. Profili di velocità in direzione assiale ottenuti mediante PIV ( $\circ \Delta t=40 \mu\text{s}$ ,  $\diamond \Delta t=20 \mu\text{s}$ ) e LDV ( $\blacksquare$ ). Per le misure PIV 2 è riportata anche la percentuale dei vettori convalidati ( $\blacktriangle$ ). Il diagramma è riferito a misure PIV e LDV effettuate con la stessa identica quantità di insemiante.

Come già accenato, solo alla fine delle prove sperimentali ci si è accorti di una piccola perdita d'aria nella linea d'alimentazione dell'insemiante. La maggiore quantità di insemiante richiesta nelle misure PIV è ottenuta inviando una maggiore quantità d'aria all'insemiante, che parallelamente incrementa la perdita d'aria sulla linea stessa. Conseguentemente la portata uscente dall'ugello è minore e la velocità all'efflusso è leggermente più bassa (4-5%); questo dà luogo ad una differenza sistematica tra le misure PIV e quelle LDV. Per verificare che i risultati ottenuti non

fossero legati unicamente a tale problema, è stata ripetuta la misura del profilo longitudinale di velocità utilizzando la stessa identica quantità di insemnante sia per le misure PIV che per quelle LDV. Le misure di velocità PIV e LDV sono risultate coincidenti nella zona a potenziale del getto, ma cosa più importante la differenza di velocità nella zona più lontana dall'ugello è rimasta praticamente invariata, vedi Figura 10, e a distanze dall'ugello superiori a  $x/D \sim 4$ , la componente assiale di velocità media PIV è di circa  $0.4 \text{ m s}^{-1}$  sistematicamente più bassa di quella LDV. La differenza è dell'ordine del 10%-15%. L'entità di tale errore non può essere spiegato solo attraverso gli errori sistematici tra le due tecniche, che in base alla Tabella 1 dovrebbe essere al più di qualche per cento.

#### 4.4. Portata, entrainment e flusso di quantità di moto del getto

Per individuare quale delle due tecniche fornisce i risultati più corretti è stato effettuato un controllo su diverse quantità note. Innanzitutto si è confrontata la portata d'aria calcolata integrando le misure PIV e LDV sulla traversa  $x/D=0.2$ , con il valore misurato dal flussimetro massico. Per un getto assialsimmetrico la portata volumetrica  $\dot{v}(x)$  è:

$$\dot{v}(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi y \bar{U}(x, y) dy = \pi \int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}(x, y) y dy . \quad (4)$$

Utilizzando la regola dei trapezi l'integrale è discretizzato come:

$$\dot{v}(x) = \pi \sum_{-n+1}^n \frac{(y_{i-1} - y_i)}{2} [y_{i-1} \bar{U}_{i-1}(x) + y_i \bar{U}_i(x)] \quad (5)$$

La portata massica del flussimetro è convertita in quella volumetrica assumendo l'aria a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  e alla pressione di  $101.325 \text{ kPa}$ .

Traversa $x/D$	Portata volumetrica flussimetro [ $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ]	$\dot{v}_{DPIV}$ [ $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ]	$\dot{v}_{LDV}$ [ $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ]
0.2	0.0002550	0.0002538	0.0002400
1.2	//	0.0002713	0.0003003
3.2	//	0.0003968	0.0006376
6.2	//	0.0005358	0.0009680
10.2	//	0.0007567	0.0016059

Tabella 2. Portate volumetriche d'aria a diverse distanze dall'ugello. I valori sono stati ricavati dall'integrazione dei profili misurati di velocità assiale.

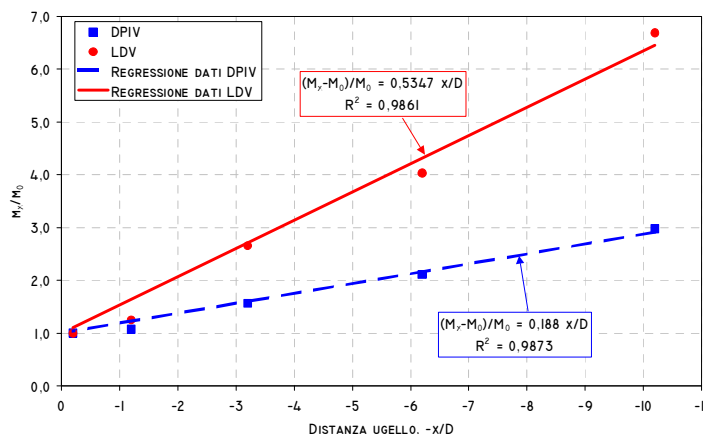


Figura 11. Andamenti della portata d'aria lungo il getto, calcolati dalle misure di velocità PIV e LDV. La linea a tratto continuo e quella tratteggiata sono le rette di regressione dei punti sperimentali (rispettivamente LDV e PIV); la loro pendenza corrisponde al coefficiente di entrainment  $C$ .

I valori di  $\dot{v}_{DPIV}(0.2)$  e  $\dot{v}_{LDV}(0.2)$ , vedi Tabella 2, sono inferiori di circa lo 0.5% e di circa il 5% rispetto al valore misurato dal flussimetro. La differenza è imputabile anche alle perdite d'aria nella linea a valle del flussimetro. Inoltre la risoluzione spaziale della tecnica PIV è notevolmente inferiore a quella LDV e questo, come già detto, comporta una sovrastima della dimensione del getto, vedi Figura 8a, e quindi una sovrastima della portata calcolata integrando tali misure, per cui risulta  $\dot{v}_{DPIV}(0.2) > \dot{v}_{LDV}(0.2)$ .

La portata massica del getto alla generica traversa  $x/D$  è per effetto dell'entrainment una funzione crescente della distanza dall'ugello. Su tale fenomeno esiste in letteratura una notevole mole di lavori sperimentali [1, 5, 7, 8, 9]. In particolare per la regione iniziale del getto ( $x/D < 12$ ) è stato preso come riferimento il lavoro di Boguslawski [5]. Le portate volumetriche in corrispondenza delle diverse traverse calcolate attraverso l'equazione (5), sono riportate nella Tabella 2. Assumendo la densità del getto costante la portata massica,  $M_{x/D}$ , e quella volumetrica sono proporzionali e

risulta:

$$\frac{M_{x/D}}{M_0} = \frac{\dot{v}(x/D)}{\dot{v}(0)} \quad (6)$$

Assumendo  $\dot{v}(0) = \dot{v}(0.2)$  e diagrammando l'equazione (6) in funzione della distanza  $x/D$  è possibile determinare il coefficiente di entrainment, vedi Figura 11. Nella zona iniziale, il rapporto  $M_{x/D}/M_0$  è espresso dalla seguente funzione lineare della distanza lungo l'asse [5]:

$$\frac{M_{x/D} - M_0}{M_0} = C \frac{x}{D} \quad (7)$$

In base al lavoro di Boguslawsky nella regione compresa tra  $x/D=1$  e  $x/D=12$ , il coefficiente di entrainment  $C$  è costante e pari a 0.183 [5].

La regressione lineare dei valori di portata volumetrica ricavati dalle misure PIV fornisce  $C=0.188$ , in ottimo accordo con il valore di Boguslawsky [5], mentre per le misure LDV risulta  $C=0.5347$ . Quest'ultimo valore appare eccessivo anche rispetto al valore di  $C=0.32$  ricavato da Ricou e Spalding e generalmente accettato nella regione di similitudine del getto [8]. Va osservato che entrambi i valori di letteratura,  $C=0.32$  e  $C=0.183$ , sono ottenuti da getti a numero di Reynolds nettamente superiore a quello del presente lavoro ( $Re \sim 3000$ ). Per valori di  $Re$  inferiori a 25000 il valore di  $C$  nelle misure di Ricou e Spalding aumenta, raggiungendo un massimo intorno a  $Re \sim 3000$ . Per valori di  $Re$  inferiori a 3000 il coefficiente  $C$  diminuisce [8].

Per un getto libero in ambiente quiescente il flusso di quantità di moto lungo l'asse del getto deve conservarsi. Nel caso di getto assialsimmetrico e trascurando le fluttuazioni turbolente di velocità, si ha:

$$\dot{Q}(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi y \rho [\bar{U}(x, y)]^2 dy = \pi \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{U}(x, y)]^2 y \rho dy = \dot{Q}(0) \quad (8)$$

Utilizzando la regola dei trapezi, l'integrale è discretizzato come:

$$\dot{Q}(x) = \pi \rho \sum_{-n+1}^n (r_{i-1} - r_i) [r_{i-1} \bar{U}_{i-1}^2(x) + r_i \bar{U}_i^2(x)] \quad (9)$$

I risultati dell'integrazione e gli andamenti del flusso di quantità di moto normalizzato con il corrispettivo valore in corrispondenza della traversa 0.2 sono riportati rispettivamente nella Tabella 3 e in Figura 12.

Traversa $x/D$	$\dot{Q}_{PIV}$ [kg m s <sup>-2</sup> ]	$\frac{\dot{Q}_{PIV}}{\dot{Q}_{PIV}(x/D=0.2)}$	$\dot{Q}_{LDV}$ [kg m s <sup>-2</sup> ]	$\frac{\dot{Q}_{LDV}}{\dot{Q}_{LDV}(x/D=0.2)}$
0.2	0.00122	1.0000	0.00131	1.0000
1.2	0.00121	0.9920	0.00136	1.0411
3.2	0.00117	0.9601	0.00183	1.3977
6.2	0.00105	0.8612	0.00210	1.6060
10.2	0.00087	0.7120	0.00233	1.7775

Tabella 3. Flusso di quantità di moto a diverse distanze dall'ugello.

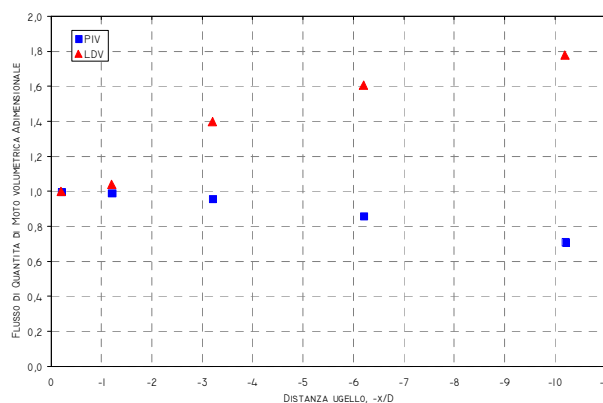


Figura 12. Andamento di  $\dot{Q}(x)/\dot{Q}(0.2)$  in funzione di  $-x/D$ .

Nel lavoro di Hussein un'analoga verifica, effettuata utilizzando misure a filo caldo e misure LDV, ha fornito nella regione di similitudine  $\dot{Q}(x)/\dot{Q}(0) = 0.87$  per le misure LDV e  $\dot{Q}(x)/\dot{Q}(0) = 0.99$  per quelle a filo caldo [7]. Panchapakesan riporta per misure effettuate con filo caldo un valore di  $\dot{Q}(x)/\dot{Q}(0)$  decrescente, che passa dal valore 1.05 in corrispondenza di  $x/D=30$  al valore di 0.95 per  $x/D=150$  [4]. Sembra quindi ragionevole attendersi uno scostamento dell'ordine del 10-15% tra i valori del flusso di quantità di moto calcolati sulla sezione d'efflusso e sulla generica traversa  $x/D$ . Basandoci su tali valori, le misure LDV per  $x/D > 1.2$  sovrastimano eccessivamente il flusso di quantità di moto rispetto al valore sulla sezione d'efflusso. Il valore di  $\dot{Q}(x)/\dot{Q}(0)$  ricavato dalle misure PIV ha invece

andamento decrescente, e il suo scostamento dall'unità è in linea con i risultati di Hussein e Panchapakesan [4].

Per un getto assialsimmetrico il decadimento assiale di velocità nella regione di similitudine è rappresentato dalla seguente legge [7]:

$$\frac{\bar{U}_0}{\bar{U}} = \frac{1}{B_u} \left[ \frac{x}{D} - \frac{x_p}{D} \right], \quad (10)$$

i coefficienti  $B_u$  e  $x_p$  sono determinati attraverso una regressione lineare dei punti sperimentali  $\bar{U}_0/\bar{U}$ , vedi Figura 13. Il termine  $x_p$  è l'ascissa dell'origine virtuale del getto. Effettuando una regressione lineare dei dati sperimentali PIV e LDV nell'intervallo  $7 < x/D < 11$  si ottengono i seguenti risultati:

	LDV	PIV
$1/B_u$	0.1822	0.2055
$B_u$	5.488	4.866
$x_p$ [mm]	10.660	7.549

I valori di  $B_u$  riportati da Hussein sono compresi tra 5.6 e 5.9 ( $16 < x/D < 100$ ), e sono stati ricavati sia da misure con filo caldo che da misure LDV [7]. Boguslawsky ricava da misure con filo caldo un valore di  $B_u$  pari a 5.9 ( $8 < x/D < 12$ ) [5]. Analogamente Panchapakesan ricava da misure con filo caldo un valore di  $B_u$  pari a 6.06 ( $30 < x/D < 150$ ) [4]. Infine Malmström ottiene valori di  $B_u$  compresi tra 5 e 6 quando considera getti con velocità all'efflusso superiore a 5 m/s [1]. Quindi se ci si basa sui dati presenti in letteratura il coefficiente di decadimento più ragionevole è sicuramente quello ottenuto dalle misure LDV.

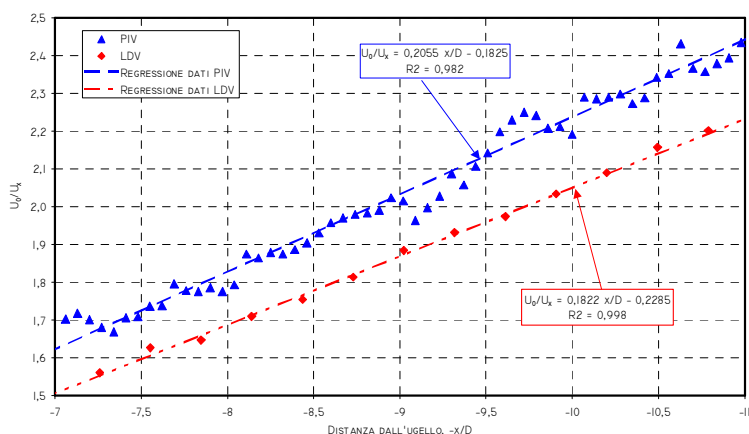


Figura 13. Andamento del decadimento assiale di velocità in funzione di  $-x/D$ .



Figura 14. Singola immagine PIV che evidenzia la struttura del getto.

I risultati sperimentali raccolti evidenziano quindi i seguenti fatti:

- nella regione a potenziale del getto le misure PIV e LDV sono praticamente coincidenti.
- A distanze  $x/D > 1.2$  i profili trasversali di velocità ottenuti mediante LDV sono sistematicamente superiori ai corrispondenti profili PIV.
- L'intensità di turbolenza lungo l'asse del getto, misurata tramite LDV è in accordo sia come andamento che come valori con i risultati noti in letteratura. Valori nettamente maggiori e discosti da quelli presenti in letteratura sono stati ricavati dalle misure PIV.
- Le portate volumetriche d'aria, ricavate dall'integrazione dei profili sperimentali di velocità assiale sulla sezione di efflusso dell'ugello, sono praticamente coincidenti con il corrispondente valore ricavato dal flussimetro massico (le differenze sono: -0.5% PIV e -5% LDV).
- Il coefficiente di entrainment ricavato dall'integrazione dei profili sperimentali PIV è in accordo con i valori noti in letteratura. Il corrispondente valore ricavato dalle misure LDV sembra eccessivo. Va però osservato che i valori noti in letteratura sono riferiti a getti con numeri di Reynolds di almeno un ordine di grandezza superiore al valore utilizzato nel presente lavoro.
- Nella regione di similitudine ( $x/D > 6$ ) i profili trasversali di velocità assiale sono ben descritti dal profilo di similitudine teorico di tipo gaussiano. Nella regione periferica del getto le misure LDV si scostano maggiormente dal profilo teorico rispetto alle analoghe misure PIV.
- Il decadimento di velocità assiale sia per le misure PIV che LDV è del tipo  $1/x$ . Il coefficiente di decadimento assiale  $B_u$  è pari a 5.488 per le misure LDV e 4.866 per quelle PIV. In questo caso le misure LDV forniscono un valore di  $B_u$  più vicino a quanto noto in letteratura ( $5 < B_u < 6$ ).
- Il flusso di quantità di moto calcolato lungo le diverse traverse risulta decrescente per le misure PIV e crescente per quelle LDV. Scostamenti dell'ordine del 10-15% tra il flusso di quantità di moto misurato alla generica traversa rispetto a quello misurato sulla sezione di efflusso sono riportati in letteratura. Il valore di  $\dot{Q}(x/D = 10.2)/\dot{Q}(0.2) \cong 1.8$  calcolato utilizzando le misure LDV sembra quindi eccessivo.

In base ai risultati esposti una prima conclusione è che sull'asse del getto, e nella regione a valle di quella a potenziale, le misure LDV siano più corrette di quelle PIV, con quest'ultime in errore per difetto. Le misure LDV infatti sono in ottimo accordo con i dati noti in letteratura, sia in termini di coefficienti di decadimento assiale di velocità che di fluttuazioni turbolente. D'altra parte i parametri ricavati dall'integrazione dei profili radiali di velocità assiale misurati con LDV sono fortemente sovrastimati, il valore del coefficiente di entrainment è troppo elevato ed il flusso di quantità di moto aumenta allontanandosi dall'ugello. Questo lascia supporre che nella regione più esterna del getto la tecnica LDV sovrastimi la velocità del fluido.

Nonostante si sia cercato di eliminare tutte le sorgenti di errori sistematici, una differenza significativa tra le due tecniche di misura permane. Una possibile spiegazione può essere legata alla struttura stessa del getto e alla distribuzione dell'inseminante al suo interno. L'impianto sperimentale è configurato in modo tale da inseminare solo il getto d'aria centrale. In questo modo la concentrazione delle goccioline d'olio in prossimità dell'ugello è circa costante. Mano a mano che ci si allontana dall'ugello l'aria esterna (immobile rispetto al getto) viene catturata dal getto creando sui bordi e all'interno dello stesso delle zone più lente rispetto al flusso principale, e prive di inseminante (almeno fintanto che i due flussi non si sono miscelati), vedi Figura 14. Nelle zone prive di inseminante, che appaiono di dimensioni maggiori del volume di misura LDV, le misure LDV non vengono effettuate. La velocità media misurata è quindi polarizzata verso valori superiori a quelli corrispondenti al flusso medio. A supporto di questa tesi si può rilevare come nelle regioni periferiche del getto, dove le zone prive di inseminante sono più ampie, lo scostamento tra misure PIV e LDV è più marcato, vedi Figura 5 e Figura 9. Le misure PIV non soffrono di questo problema poiché la peggiore risoluzione spaziale fa sì che, all'interno dell'area d'interrogazione, vi sia sempre una regione inseminata. Altri autori hanno verificato che inseminare solo il getto e non l'aria circostante può produrre significative alterazioni nei valori dedotti da misure LDV nelle regioni in cui il mescolamento tra getto e aria ambiente è ancora incompleto [10].

Ovviamente una possibile verifica della spiegazione fornita consisterebbe nel ripetere le misure inseminando sia il getto che l'aria ad esso circostante, come ad esempio fatto da Hussein [7]. D'altra parte quest'operazione richiedendo un confinamento almeno parziale del getto ne modificherebbe la struttura.

## 5. Conclusioni

L'analisi sperimentale condotta ha evidenziato come nella regione a potenziale di un getto libero assialsimmetrico le misure PIV e LDV siano praticamente coincidenti. Nella regione esterna a quella a potenziale è stata invece rilevata una differenza sistematica e significativa tra le misure effettuate con le due differenti tecniche.

Al fine di individuare quale delle due tecniche fornisse le misure più corrette sono stati effettuati dei confronti sia con altre informazioni sperimentali (portata, conservazione quantità di moto) che con i dati noti in letteratura (intensità di turbolenza, entrainment, coefficiente di decadimento della velocità assiale). Sebbene il confronto non possa dirsi conclusivo, i risultati sperimentali sembrano indicare le misure LDV come quelle più corrette, almeno in corrispondenza dell'asse del getto. D'altra parte i parametri ricavati dall'integrazione dei profili radiali di velocità assiale misurati con LDV sono decisamente sovrastimati. Questo lascia supporre che nella regione più esterna del getto la tecnica LDV tenda a sovrastimare la velocità del fluido. Una possibile spiegazione può essere legata alla distribuzione non uniforme di inseminate, conseguente sia all'introduzione del tracciante unicamente nel getto, che alla

struttura del getto stesso. Una verifica relativamente semplice della spiegazione fornita, potrebbe venire da misure effettuate inseminando contemporaneamente sia il getto che l'aria ad esso circostante.

### Ringraziamenti

Si ringraziano l'Ing. Matteo Bedosti e l'Ing. Giorgio Prandi per l'assistenza fornita durante la raccolta e l'elaborazione dei dati sperimentali.

### Nomenclatura

- $B_u$  = coefficiente di decadimento assiale di  $\bar{U}$ , vedi Eq.(10), adim.  
 $C$  = coefficiente di entrainment, vedi Eq. (7), adim.  
 $D$  = diametro ugello, pari a 8.5 mm.  
 $M_0$  = portata massica del getto in corrispondenza della traversa  $x/D=0$ ,  $\text{kg s}^{-1}$ .  
 $M_{x/D}$  = portata massica del getto in corrispondenza della generica traversa  $x/D$ ,  $\text{kg s}^{-1}$ .  
 $N$  = numero di campioni acquisiti tramite LDV, o numero di vettori validi ottenuti da analisi immagini PIV, adim.  
 $\dot{Q}(0)$  = flusso di quantità di moto sulla sezione di efflusso, vedi Eq. (8),  $\text{kg m s}^{-2}$ .  
 $\dot{Q}(x)$  = flusso di quantità di moto, vedi Eq. (8),  $\text{kg m s}^{-2}$ .  
 $R$  = raggio ugello, pari a 4.25 mm.  
 $U_{RMS}$  = scarto quadratico medio della velocità assiale misurata mediante LDV,  $\text{m s}^{-1}$ .  
 $\bar{U}_0$  = velocità assiale media in corrispondenza dell'ugello ( $x=0$ ),  $\text{m s}^{-1}$ .  
 $\bar{U}$  = velocità assiale media in corrispondenza della generica traversa  $x/D$ ,  $\text{m s}^{-1}$ .  
 $x$  = coordinata assiale del getto, vedi Figura 3a, mm.  
 $x_p$  = origine virtuale del getto, vedi Eq.(10), mm.  
 $y$  = coordinata trasversale del getto, vedi Figura 3a, mm.  
 $y_{0.5}$  = coordinata trasversale del getto in corrispondenza della quale  $\bar{U}(y_{0.5}) = \bar{U}(0)/2$ , mm.  
 $\varepsilon_m$  = errore al 95% di probabilità sulla misura della velocità media, vedi Eq. (2), adim.  
 $\dot{v}(0)$  = portata volumetrica sulla sezione di efflusso,  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ .  
 $\dot{v}(x)$  = portata volumetrica,  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ .  
 $\rho$  = densità,  $\text{kg m}^{-3}$ .  
 $\sigma(U)$  = deviazione standard della velocità assiale misurata mediante PIV,  $\text{m s}^{-1}$ .

### Bibliografia

- 1 T. G. Malmström, A. T. Kirkpatrick, B. Christensen, e K. D. Knappmiller; "Centreline velocity decay measurements in low-velocity axisymmetric jets", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 346, pp. 363-377, 1997.
- 2 R. D. Gould, e K. W. Loseke; "A comparison of four velocity bias correction techniques in laser Doppler velocimetry", ASME Journal of Fluid Engineering, Vol. 115, No. 3, pp. 508-514, 1993.
- 3 H. A. Warda, S. Z. Kassab, K. A. Elshorbagy, e E. A. Elsaadawy; "An experimental investigation of the near field region of free turbulent round central and annular jets", Flow Measurements and Instrumentation, Vol. 10, pp. 1-14, 1999.
- 4 N. R. Panchapakesan, e J. L. Lumley; "Turbulence Measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part 1. Air jet", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 246, pp. 197-223, 1993.
- 5 L. Boguslawski, e Cz. O. Popiel; "Flow structure of the free round turbulent jet in the initial region", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 90, pp. 531-539, 1979.
- 6 R. Gilbert, e D. A. Johnson; "Evaluation of FFT-based cross-correlation algorithms for PIV in a periodic grooved channel", Experiments in Fluids, Vol. 35, pp. 473-483, 2003.
- 7 H. J. Hussein, S. T. Capp, e W. K. George; "Velocity measurements in high-Reynold-number, momentum conserving, axisymmetric, turbulent, jet", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 258, pp. 31-75, 1994.
- 8 F. P. Ricou, e D. B. Spalding; "Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets". Journal of Fluid Mechanics, Vol. 11, pp. 21-32, 1961.
- 9 B. J. Hill; "Measurements of local entrainment rate in the initial region of axisymmetric turbulent air jets", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 52, part 4, pp. 773-779, 1972.
- 10 R.W. Schefer, e R.W. Dibble, "Conditional sampling of velocity in a turbulent nonpremixed propane jet" AIAA Journal, Vol.25, No.10, pp.103-113, 1987.