

# MISURE DI VELOCITÀ IN UN GETTO SOMMERSO AD ASSE VERTICALE MEDIANTE LA TECNICA PIV

*Michele Di Natale, Roberto Greco*

Dipartimento di Ingegneria Civile, Seconda Università di Napoli  
Via Roma, 29 – 81031 Aversa (CE)

## Sommario

Una strumentazione PIV di nuova acquisizione è stata utilizzata per misure di velocità istantanea in un getto circolare sommerso ad asse verticale. Le misure sono state rivolte a porre in evidenza le potenzialità del sistema in termini di ricostruzione spaziale e temporale del campo di velocità turbolenta. Il contenuto in frequenza delle singole misure di velocità istantanea è risultato sufficientemente elevato a consentire l'elaborazione delle statistiche delle fluttuazioni turbolente. Infatti, sia i profili di velocità media temporale sia le relazioni esprimenti il fenomeno di *flow entrainment* sono risultati in linea con quelli disponibili in letteratura. A causa della scarsa risoluzione temporale, limitata dalle caratteristiche del laser pulsato ( $f_t=10$  Hz), non si è ritenuto significativo ricostruire gli spettri di potenza delle velocità. La risoluzione spaziale ( $f_s>500$  m<sup>-1</sup>) è risultata essere adeguata ad effettuare una buona ricostruzione delle fluttuazioni del segnale nel dominio dello spazio.

## Abstract

Instantaneous velocity measurements inside a circular turbulent vertical jet have been carried out by means of a new PIV experimental setup. Aim of the study was to investigate the limits of the equipment in order to reconstruct a turbulent velocity field in time and space. Frequency resolution for single velocity measurements resulted so high as to derive turbulent fluctuations statistics. In fact, temporal mean velocity profiles as well as *flow entrainment* and jet development relationships were in agreement with results available in literature. Due to poor temporal resolution imposed by pulsed laser characteristics ( $f_t=10$  Hz), it was not possible to derive velocity power spectra. Spatial resolution ( $f_s>500$  m<sup>-1</sup>) was instead suitable to reliable reconstruction of turbulent velocity spatial fluctuations.

## Introduzione

Come è noto, la Particle Image Velocimetry (PIV) consente la misura di un campo di velocità in un fluido attraverso l'acquisizione di immagini delle posizioni occupate da particelle inseedanti inserite nel fluido e opportunamente illuminate. Il confronto tra le posizioni assunte dalle particelle in successivi istanti di tempo consente di risalire agli spostamenti subiti e, conseguentemente, alle velocità medie nell'intervallo di tempo trascorso (Bjorkquist e Fingerson, 1992). Lo schema di un tipico sistema PIV è mostrato in Figura 1.

In flussi turbolenti, l'esigenza di misure ad elevato potere di risoluzione spaziale e temporale comporta l'uso di strumentazioni molto sofisticate, sia per quanto riguarda le caratteristiche delle particelle inseedanti, sia per quanto riguarda l'illuminazione e l'acquisizione delle immagini.

Le particelle inseedanti, per poter seguire fedelmente le variazioni di velocità all'interno del campo di moto del fluido in esame, devono essere le più piccole possibili nonché avere una densità prossima a quella del fluido. Inoltre la loro superficie deve avere buone caratteristiche di riflessione della luce in tutte le direzioni (Adrian e Yao, 1985). Per misure in acqua, tra gli

inseminanti più utilizzati vi sono sferette di vetro o di materiale polimerico, polline, latte, polvere di alluminio.

L'illuminazione delle particelle è realizzata mediante lampi di luce laser, con sistemi ottici che generano una sottile lama di luce all'interno del campo di moto, al fine di ottenere una immagine dei soli spostamenti contenuti all'interno di un piano. L'intervallo di tempo tra i lampi, necessario ai fini della misura di velocità istantanee in flussi turbolenti, è spesso così piccolo da essere incompatibile con la velocità dei sistemi di acquisizione sia analogici che digitali, cosicché le immagini vengono registrate sullo stesso supporto (Keane e Adrian, 1990; Cenedese e Paglialunga, 1990; Keane e Adrian, 1991). Ciò comporta, in fase di elaborazione dell'immagine, una incertezza sul verso dei vettori velocità in tutto simile a quella che si verifica con gli anemometri laser-doppler (Gray, 1989). A tale incertezza si è cercato di ovviare introducendo uno spostamento del supporto di memorizzazione tra un lampo e l'altro (Ewan, 1979; Adrian, 1988), ovvero realizzando i lampi successivi mediante laser di colore diverso (Goss *et al.*, 1989).

Più recentemente è invalso l'uso di telecamere digitali CCD (*Charge Coupled Device*), dotate di un duplice supporto di memorizzazione, il quale consente di risparmiare il tempo necessario al trasferimento della prima immagine digitalizzata alla memoria di massa. In tal modo, con telecamere di costo contenuto, si riescono ad acquisire coppie di immagini distanziate di pochi ms (Keane e Adrian, 1993).

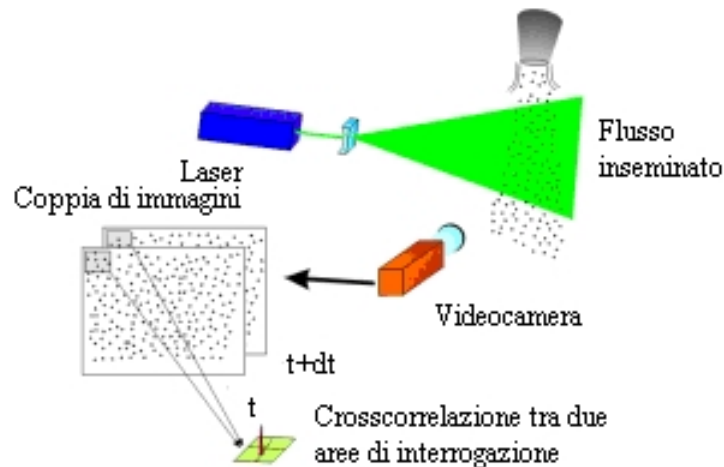


Figura 1. Schema di una tipica installazione PIV.

Con le più moderne installazioni, pertanto, il problema della risoluzione delle alte frequenze temporali in campi di moto turbolenti può considerarsi soddisfacentemente risolto, ai fini della misura di singoli valori istantanei della velocità, dalla tecnica PIV.

La frequenza di campionamento di una serie temporale di valori di velocità, invece, resta a tutt'oggi condizionata dalle caratteristiche della sorgente laser: i laser pulsati Nd-YAG, che sono i dispositivi in grado di assicurare gli impulsi luminosi di più elevata potenza, di solito operano in modo ottimale ad una frequenza di 10 Hz. Pertanto, anche con i più moderni sistemi PIV, la ricostruzione temporale della velocità istantanea in un flusso turbolento consente solo la valutazione dei parametri della distribuzione dei valori misurati (medie, momenti di ordine superiore etc..), ma non la determinazione degli spettri di potenza ovvero delle funzioni di autocorrelazione temporale.

Un ulteriore fattore limitante è il potere di risoluzione spaziale all'interno del dominio di

misura. La derivazione dei vettori spostamento si effettua, infatti, suddividendo l'immagine acquisita in *aree di interrogazione* (vedi Figura 1) di opportune dimensioni, a ciascuna delle quali viene attribuito un unico vettore velocità (Keane e Adrian, 1993).

Nel caso di acquisizione di un unico fotogramma con le posizioni assunte dalle particelle in istanti successivi, a partire dall'immagine digitalizzata nella quale ad ogni pixel di posto  $(j, k)$  all'interno del dominio di indagine viene attribuito un valore numerico  $f(j, k)$  in funzione della scala dell'intensità luminosa del pixel stesso, si calcola la funzione di autocorrelazione:

$$\Phi_{ff}(m, n) = \sum_{j=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_y} f(j, k) \cdot f(j + m, k + n) \quad (1)$$

Nella (1)  $n_x$  e  $n_y$  rappresentano le dimensioni di un'area di interrogazione e  $(m, n)$  il generico spostamento (le dimensioni sono espresse in pixel). La  $\Phi_{ff}$  presenta un picco in corrispondenza di  $(m, n) = (0, 0)$ , giacché l'immagine è ovviamente correlata con se stessa, accompagnato da altri picchi secondari, tra i quali va riconosciuto quello associato allo spostamento  $(m', n')$  effettivamente compiuto dalle particelle.

Nel caso di acquisizione di una coppia di immagini, viene definita per la seconda immagine una funzione  $g(j, k)$  analoga alla  $f(j, k)$  e si calcola la funzione di crosscorrelazione

$$\Phi_{fg}(m, n) = \sum_{j=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_y} f(j, k) \cdot g(j + m, k + n) \quad (2)$$

Anche in questo caso, tra i vari picchi che tale funzione presenta, va individuato quello significativo  $(m', n')$ .

Numerosi metodi di validazione dei vettori spostamento sono stati proposti in letteratura basati su: l'entità dei picchi delle funzioni di correlazione; la conoscenza qualitativa dell'andamento generale del campo di moto o degli ordini di grandezza plausibili delle velocità; applicazione di filtri e medie mobili (Keane e Adrian, 1993; Høst-Madsen e McCluskey, 1994).

La dimensione delle aree di interrogazione, al fine di fornire dati attendibili, deve essere tale da contenere un numero sufficiente di particelle, ed è quindi legata alla natura ed alla densità del materiale inseedante. Giacché, al fine di non arrecare disturbo al flusso misurato, tale densità va tenuta bassa, la dimensione delle aree di interrogazione rappresenta la dimensione delle più piccole strutture di velocità risolvibili con la tecnica PIV (Høst-Madsen e McCluskey, 1994).

Pertanto, per ottenere una elevata risoluzione spaziale del campo di velocità investigato, bisogna utilizzare: particelle inseedanti di dimensioni ridotte; relativamente elevata densità dell'inseedante; telecamere CCD ad alta risoluzione.

Nella presente nota sono state effettuate misure di velocità all'interno di un getto circolare sommerso ad asse verticale effluente in una vasca in quiete; la scelta di tale fenomeno, ampiamente studiato in letteratura (Rajaratnam, 1976), ha consentito, attraverso il confronto dei dati ottenuti con quelli riportati in letteratura, di indagare il potere di risoluzione di una strumentazione PIV di nuova acquisizione.

### **Installazione sperimentale**

L'installazione sperimentale, approntata presso il Laboratorio di Idraulica della Seconda Università di Napoli, comprende un sistema PIV della Dantec, consistente in:

- un laser pulsato Nd-YAG a 10 Hz a doppia cavità della Quanta Systems;
- una telecamera CCD 80C42 DoubleImage 700, dalla risoluzione di 768×484 pixel, con obiettivo Nikon (la dimensione reale di un pixel è di 11.6×13.6 μm);

- un processore PIV2000 della Dantec;
- pacchetti software FlowMap 1.0 e FlowManager 2.1 della Dantec.

La strumentazione PIV sopra descritta consente, grazie all'adozione di un laser a doppia cavità e alla telecamera CCD, di ottenere intervalli di tempo tra le immagini costituenti ciascuna coppia compresi tra  $2 \mu\text{s}$  e  $66 \text{ ms}$ . Per quanto riguarda il tempo intercorrente tra due successive coppie di immagini, esso è legato alla frequenza del cristallo Nd-YAG (10 Hz) e quindi, per ottenere impulsi di grande energia ( $E_{max}=532 \text{ mJ}$ ), è necessario che tale tempo sia superiore a 0.1 s. In caso di utilizzo di intervalli di tempo più brevi, l'energia degli impulsi emessi risulta inferiore, con conseguente riduzione del rapporto segnale rumore. L'opportunità di utilizzare tempi inferiori dipende pertanto dalle caratteristiche dell'installazione sperimentale (entità del rumore luminoso di fondo; distanza del piano di misura dalle pareti esterne della vasca; natura e densità delle particelle insemminanti).

- (A) Vasca in plexiglas.
- (B) Conoletta di gronda.
- (C) Pompa di alimentazione.
- (D) Ugello ad asse verticale.
- (E) Serbatoio di accumulo.
- (F) Misuratore di portata.
- (G) Saracinesca.

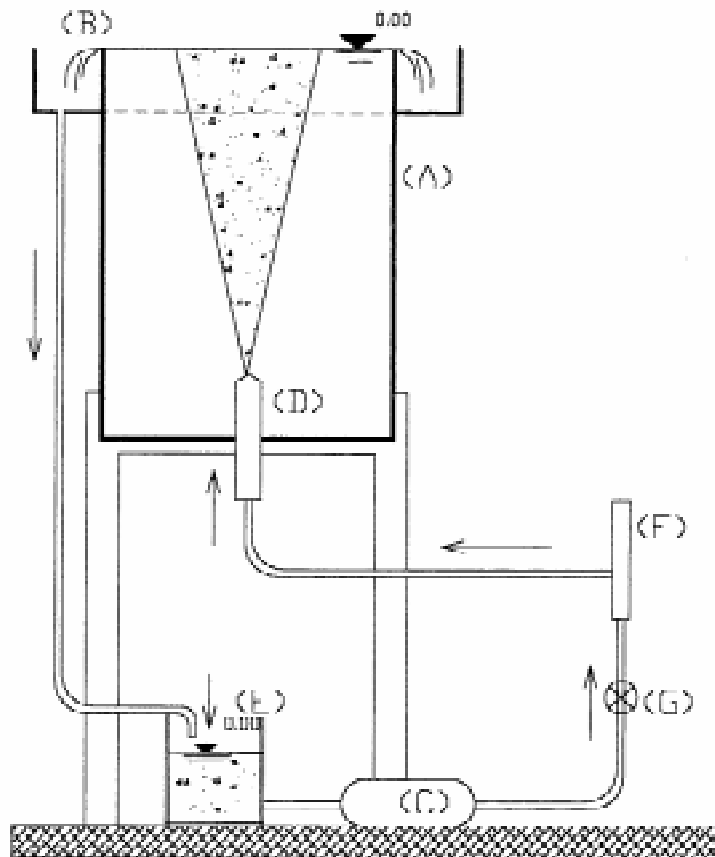


Figura 2. Schema dell'apparato sperimentale.

La strumentazione PIV sopra descritta è stata utilizzata per effettuare misure del campo di velocità generato da un getto circolare sommerso ad asse verticale effluente entro una vasca d'acqua in quiete. A tal fine è stato realizzato un modello (Figura 2) costituito da:

- una vasca in plexiglas di dimensioni in pianta  $45 \times 45 \text{ cm}^2$  con un'altezza di 60 cm,

provvista di sfioro realizzato con un canale di gronda di sezione ad U 10x10 cm<sup>2</sup>, per mantenere costante il livello nella vasca e consentire il ricircolo dell'acqua sfiorata; al fine di massimizzare il rapporto tra segnale e rumore luminoso di fondo, due delle pareti della vasca sono state dipinte di nero;

- una pompa di alimentazione del getto con prevalenza H compresa tra 5 e 40 m e portata Q compresa tra 5 e 40 l/min;
- un elemento di tubazione ad asse verticale e sezione circolare (d=1.5 cm), realizzato in ottone, terminante all'estremità con un ugello circolare con orifizio di diametro d<sub>o</sub>=4 mm ed area di 12.57 mm<sup>2</sup>, posto al centro della vasca ad una distanza di 10 cm dal fondo;
- un serbatoio di carico della capacità di circa 9 litri, nel quale il tracciante viene miscelato all'acqua;
- un misuratore di portata (flussimetro), tipo A1 della CVC, disposto lungo la condotta di alimentazione, in grado di misurare portate comprese tra 10 l/h e 100 l/h;
- una valvola per la regolazione della portata.

Dopo una serie di prove preliminari, la scelta del tracciante è caduta sulla polvere di alluminio, di un costo contenuto e caratterizzata da particelle di dimensioni inferiori ai 10 µm con buone caratteristiche di riflessione della luce.

Al fine di sfruttare al meglio la risoluzione spaziale consentita dalla telecamera, quest'ultima, posta a 35 cm dall'asse del getto, veniva spostata lungo la verticale, acquisendo il campo di velocità in diverse finestre adiacenti (vedi Figura 3), delle dimensioni di circa 4.5x3 cm<sup>2</sup>, posizionate in sequenza al fine di investigare l'andamento del getto fino ad un'altezza di circa 12 cm dall'ugello.

Nel seguito si riportano i risultati relativi a due serie di prove sperimentali, rispettivamente caratterizzate da una portata uscente dall'ugello di 23 l/h e di 48 l/h.

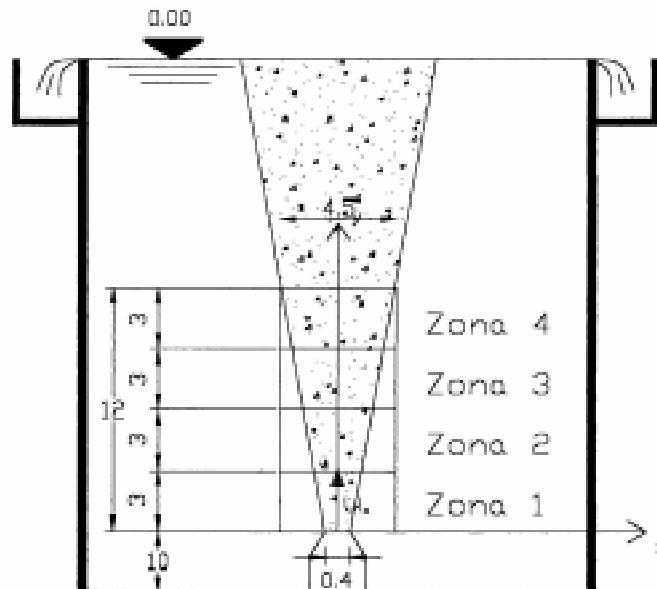


Figura 3. Finestre di acquisizione delle immagini utilizzate per la misura del campo di velocità nel getto.

### Scelta dei parametri di acquisizione e elaborazione delle immagini

Come è noto, per ottenere delle misure di velocità attendibili con la tecnica PIV, è necessario scegliere accuratamente alcuni parametri, sia relativi all'acquisizione delle immagini sia alla

successiva fase di elaborazione, che dipendono dalle caratteristiche del campo di velocità investigato.

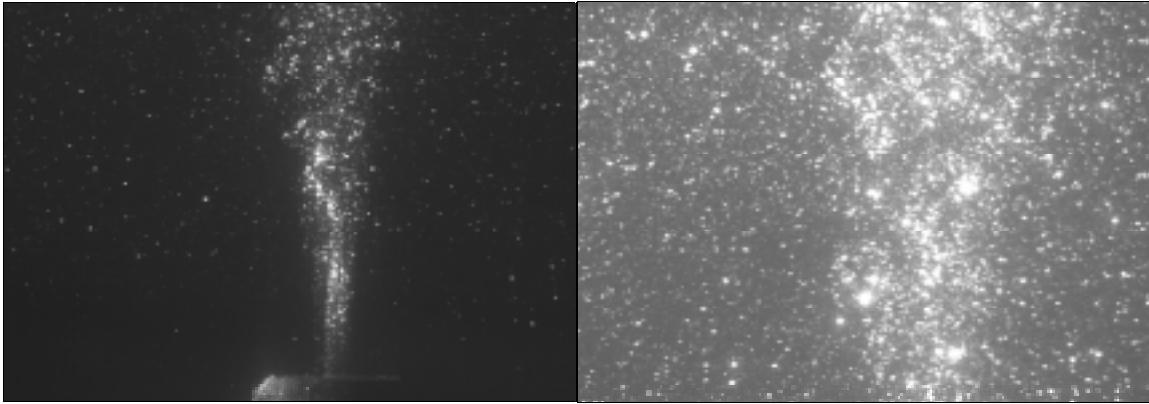


Figura 4. Esempi di immagini del campo di moto nel getto, rispettivamente acquisite nella zona 1 per  $Q=23$  l/h e nella zona 2 per  $Q=48$  l/h.

In particolare, la scelta delle dimensioni delle aree di interrogazione e dell'intervallo di tempo tra le due immagini va commisurata, oltre che al potere di risoluzione spaziale e temporale desiderato, anche alle velocità istantanee presunte, in modo tale da evitare che le particelle presenti nell'area di interrogazione compiano uno spostamento tale da portarle al di fuori dell'area di interrogazione nell'immagine successiva, con conseguente perdita di segnale.

Con riferimento alle quattro zone indicate in Figura 3, la Tabella 1 riporta gli intervalli di tempo, le dimensioni delle aree di interrogazione e i corrispondenti valori della velocità massima acquisibile e delle massime frequenze spaziali e temporali rappresentabili. Al fine di migliorare la risoluzione spaziale dei campi di velocità ottenuti, si sono considerate aree di interrogazione sovrapposte del 50%.

Tabella 1. Intervalli di acquisizione, dimensioni delle aree di interrogazione e corrispondenti valori della massima velocità e delle massime frequenze spaziali e temporali.

portata [l/h]	N° zona	Intervallo tra due impulsi [ $\mu$ s]	area di interrogazione [ $\text{mm}^2$ ]	max velocità istantanea [m/s]	Max frequenza spaziale [ $\text{m}^{-1}$ ]	Max frequenza temporale [ $\text{s}^{-1}$ ]
23	1	300	1.87×2.20	0.8	534	1667
23	2	600	1.92×2.25	0.4	520	833
23	3	700	1.88×2.21	0.3	532	714
23	4	700	1.89×2.22	0.2	530	714
48	1	100	1.88×2.21	1.5	532	5000
48	2	250	1.87×2.19	0.7	534	2000
48	3	350	1.88×2.20	0.5	532	1429
48	4	500	1.90×2.23	0.35	526	1000

Ulteriori parametri da cui dipende la qualità delle immagini acquisite sono la densità di materiale in seminante e l'energia degli impulsi laser. Tali parametri, legati tra loro e alle caratteristiche dell'installazione sperimentale nel suo complesso, possono essere determinati caso per caso solo empiricamente. Nel caso in esame una lunga fase di sperimentazioni preliminari ha portato a scegliere per il tracciante una densità ottimale di circa 0.03 g/l e

un'energia degli impulsi corrispondente ad una tensione in uscita di 500 mV. La figura 4 consegna a titolo esemplificativo alcune delle immagini acquisite.

Per quanto riguarda l'elaborazione delle immagini, al fine di ottimizzare i risultati ottenuti tramite la funzione di crosscorrelazione, sono stati utilizzati un filtro passa basso per l'eliminazione del rumore luminoso di fondo e una funzione finestra sulle aree di interrogazione, che, escludendo dalla valutazione della crosscorrelazione una fascia lungo il bordo di ciascuna area di interrogazione pari al 25% dell'area di interrogazione stessa, riduce la probabilità di prendere in considerazione particelle di tracciante che, nell'intervallo di tempo intercorrente tra le due immagini, transitano da un'area di interrogazione all'altra. Di tali finestre si è tenuto conto per la valutazione dei valori della massima velocità istantanea e della massima frequenza spaziale accettabile riportati in Tabella 1.

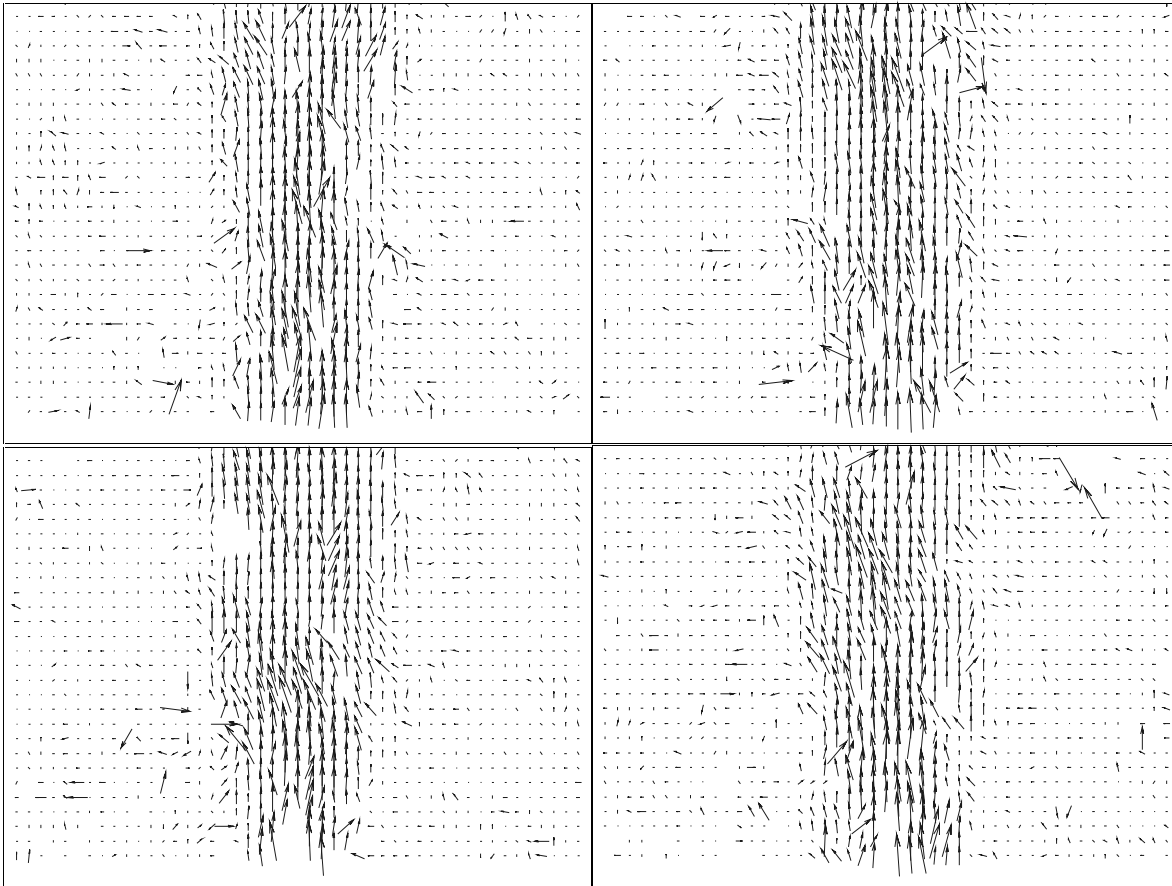


Figura 5. Esempi di campi di velocità istantanea nel getto: la presenza di zone prive di segnale è dovuta ai criteri di validazione dei vettori grezzi adottati.

La validazione dei campi vettoriali ottenuti è stata effettuata in base a due criteri: sono stati scartati i vettori velocità eccedenti le massime velocità compatibili con le dimensioni delle aree di interrogazione e gli intervalli di tempo di acquisizione; sono stati scartati i vettori ottenuti in aree di interrogazione caratterizzate da eccessivo rumore luminoso di fondo, valutato mediante il rapporto tra il primo e il secondo picco della funzione di crosscorrelazione, assumendo come limite il valore 1.2 (Keane e Adrian, 1993).

Come descritto nel paragrafo precedente, il minimo intervallo di tempo tra l'acquisizione di due coppie di immagini consecutive è pari a 0.1 s. Pertanto, per valutare le caratteristiche del campo di velocità medio temporale è necessario introdurre l'ipotesi che le fluttuazioni di velocità dovute alla turbolenza costituiscano un processo casuale stazionario. In tal caso,

infatti, è possibile da una serie di realizzazioni comunque estratte ricavare i valori delle statistiche rappresentative del processo.

In particolare, sono state acquisite, per ogni situazione investigata, 200 coppie di immagini, corrispondenti potenzialmente a 200 valori di velocità istantanea. In realtà tale numero è sempre risultato inferiore a causa della perdita di segnale che comporta la mancanza di alcuni vettori velocità istantanea in qualcuna delle immagini. La scelta del numero minimo di immagini necessarie ad ottenere valori stabili delle velocità medie temporali è stata operata considerando la minima frequenza temporale da rappresentare come rapporto tra la velocità media e la dimensione trasversale del getto. Il rapporto tra la massima frequenza rappresentabile e la frequenza così ottenuta fornisce il numero minimo di valori a partire dal quale si può considerare stabile la media. Tale numero è sempre risultato assai inferiore a 200.

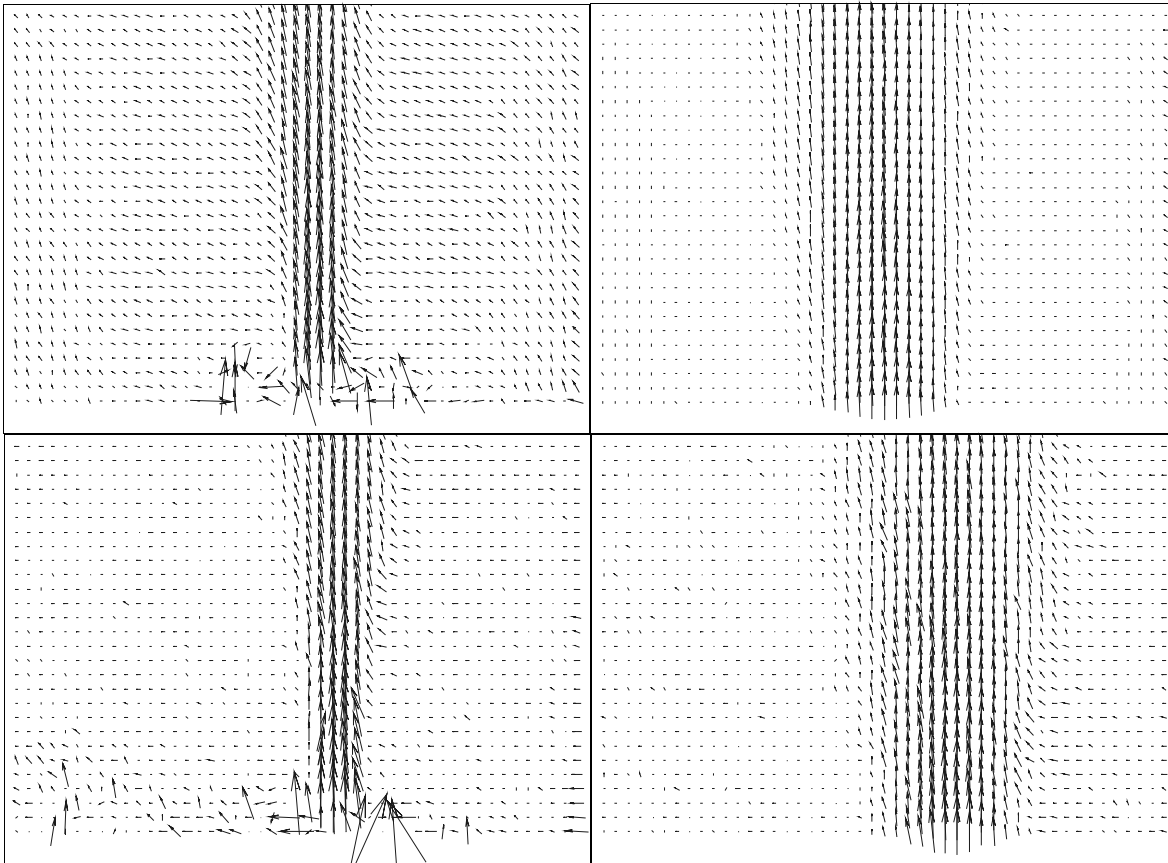


Figura 6. Campi di velocità media temporale nel getto (in alto da sinistra zona 1 e zona 2 per  $Q=48$  l/h; in basso da sinistra le stesse zone per  $Q=23$  l/h).

### Discussione dei risultati

Alcuni esempi dei campi di velocità istantanea ottenuti sono rappresentati in Figura 5. La mancanza di alcuni vettori, come anticipato, è da imputarsi a perdite di segnale dovute al mancato superamento dei criteri di validazione impiegati.

La Figura 6 riporta altresì il campo di velocità media temporale ottenuto nei due casi nelle zone 1 e 2 di Figura 3.

I profili della componente assiale della velocità media temporale in numerose sezioni orizzontali a distanze dall'ugello comprese tra 33.7 mm e 80.8 mm sono riportati in figura 7 in variabili adimensionali. Nella stessa figura è riportato l'andamento della soluzione analitica approssimata di Tollmien (1926), confermata dal buon accordo con i risultati sperimentali

ottenuti in passato da numerosi Autori (Rajaratnam, 1976). Gli scostamenti dei punti sperimentali rispetto alla soluzione di Tollmien risultano contenuti in una fascia di ampiezza pari a  $\pm 10\%$  per entrambe le portate.

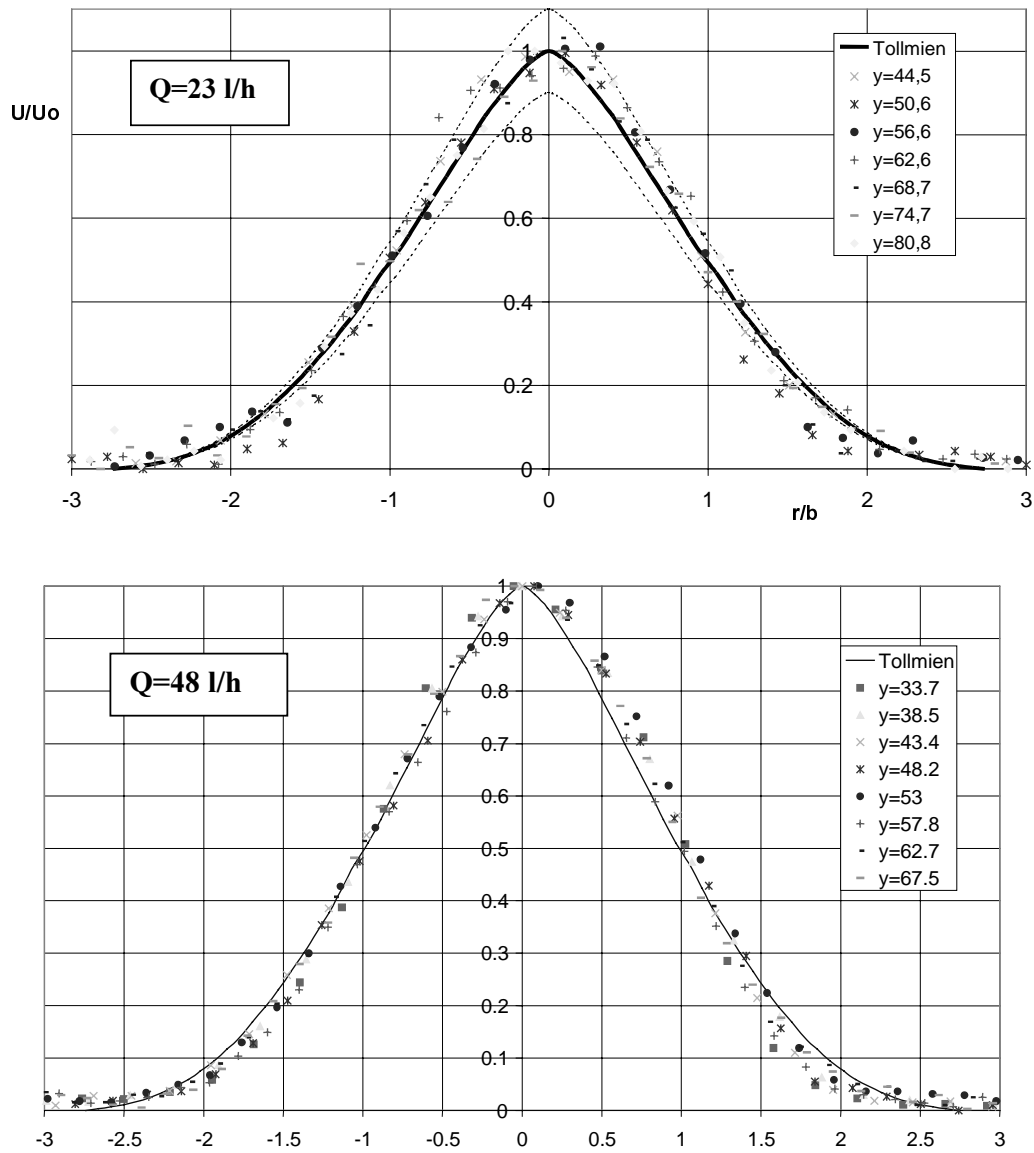


Figura 7. Profili adimensionali di velocità e confronto con la soluzione di Tollmien (1926), per  $Q=23 \text{ l/h}$  e  $Q=48 \text{ l/h}$ .

Sono inoltre state ricavate, per mezzo di una regressione lineare, le seguenti relazioni esprimenti l'andamento della velocità massima e della portata al crescere della distanza  $z$  dall'ugello (*flow entrainment*):

- per  $Q_o=23 \text{ l/h}$

$$u_m/u_o = 6.07 d/y \quad (3)$$

$$Q/Q_o = 0.316y/d \quad (4)$$

- per  $Q_o=48 \text{ l/h}$

$$u_m/u_o = 5.27d/y \quad (5)$$

$$Q/Q_0 = 0.24y/d \quad (6)$$

Tali relazioni risultano in linea con quelle proposte in letteratura da numerosi Autori (Rajaratnam, 1976).

## Conclusioni

I risultati ottenuti nello studio del campo di velocità all'interno di un getto circolare sommerso ad asse verticale, effluente in una vasca in quiete, hanno evidenziato le buone potenzialità della strumentazione PIV utilizzata.

In particolare, l'elevato contenuto in frequenza ottenibile per le misure di velocità istantanea, rende assai attendibili i valori misurati, sebbene la ricostruzione dell'andamento temporale del segnale di velocità sia limitata dal modesto potere di risoluzione temporale insito nella sorgente laser pulsata. Per questo motivo appaiono assai attendibili le statistiche della distribuzione dei valori di velocità acquisiti, ma non è praticabile lo studio dello spettro di potenza del segnale.

Viceversa, in special modo con una opportuna scelta della natura e della densità delle particelle insemminanti, in modo tale da spingersi ai limiti delle possibilità del sistema ottico di acquisizione delle immagini, appare possibile una buona ricostruzione dell'andamento spaziale della velocità istantanea. Il sistema PIV, consentendo pertanto la definizione delle funzioni di correlazione spaziale all'interno del campo di moto con soddisfacente risoluzione, si presenta come un potente mezzo per l'individuazione di strutture coerenti all'interno di flussi turbolenti.

## Bibliografia

- Adrian, R.J., Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double pulsed velocimetry. *Applied Optics* 25, pp. 3853-3855, 1988.
- Adrian, R.J. e Yao, C.S., Pulsed Laser Technique Application to Liquid and Gaseous Flows and the Scattering Power of Seed Materials. *Applied Optics*. 24, 1985
- Bjorkquist, D.C. e Fingerson, L.M., Particle Image Velocimetry. *Progress in Visualization*, 1, Atlas of Visualization, Pergamon Press, 1992
- Cenedese, A. e Paglialunga, A., Digital direct analysis of a multi-exposed photograph in PIV. *Experiments in fluids* 8, pp. 273-280, 1990
- Durst, F., Melling, A. e Whitelaw, J.H., *Principle and practice of laser-doppler anemometry*. Academic Press, London, 1981
- Ewan, B.C.R., Particle velocity distribution measurement by holography. *Applied Optics* 18, 1979.
- Goss, L.P., Post, M.E., Trump, D.D. e Sarka, B., Two color particle velocimetry. *Proceedings ICALEO* 68, pp. 101-111, 1989
- Gray, C., *The development of Particle Image Velocimetry for water wave studies*. Tesi di dottorato, University of Edinburgh, 1989
- Høst-Madsen, A. e McCluskey, D.R., On the accuracy and reliability of PIV measurements, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Applications of Laser Techniques to Flow Measurements*, Lisbona, 1994.
- Keane, R. D. e Adrian, R.J., Optimization of particle image velocimeters. Part I: Double-pulsed systems. *Measurements Science and Technology* 1, pp. 1202-1215, 1990
- Keane, R. D. e Adrian, R.J., Optimization of particle image velocimeters. Part II: Multiple-pulsed systems. *Measurements Science and Technology* 2, pp. 963-974, 1991a
- Keane, R. D. e Adrian, R.J., Theory of cross-correlation analysis of PIV images. F.T.M.

- Nieuwstadt (ed.) *Flow visualization and Image analysis*, pp. 1-25, Kluwer Academic Publishers, 1993
- Martin, A.J., Laboratory simulation and numerical modelling of the kinematics of oceanic internal waves. Tesi di dottorato, Università di Edinburgh, 1997
- Rajaratnam, N., *Turbulent Jets*. Elsevier, Amsterdam 1976.